

背理法を利用した推理・推察問題の考察

愛媛県立新居浜南高等学校 浅野泰典

1 はじめに

警察官などの公務員試験によく出題される推理・推察問題。数学 I において証明法の一つとして背理法が取り上げられているが、この背理法を学ぶことが前述した推理・推察問題を解く上で有用であることが多い。

今回、背理法を用いて基本的な問題から実際に試験に出題された問題まで考察してみる。

2 基本問題

Q1 黒い帽子と白い帽子が3つある（どちらかが1つでどちらかが2つ）。今、写真のようにA, B, Cの3人に帽子をかぶらせたとき、しばらく後に自分の色が分かるものは誰か推理せよ。ただし、前の人の帽子は見てもよい。



<推理>

Bの立場に立って考える。

自分が白だと仮定する。（仮定）

すると、白と白が見えているCが、すぐに黒だと答えるはず。けれどCは悩んでいる。（矛盾）

つまり、私は白ではない。黒だ。（結論）

このように、仮定→矛盾→結論の流れはまさに背理法であり、テレビなどでもよく取り上げられる問題である。

Q2 P, Q, Rの3人が次のように述べた。

P 「私は部屋を最後に出ました」

Q 「私が部屋を出たとき、1人残っていました」

R 「私が部屋を出たのは最後ではありません」

P, Q, Rの3人のうち、1人の証言がウソだとすれば、3人はどのような順で部屋を出て行ったのか答えよ。

<推察>

i) P・・・ウソ

Q・・・本当

R・・・本当 と仮定する。

すると、Pの「最後に出た」という証言がウソなので1番目か2番目に出て行った可能性がある。次にQの「1人残っていた」という証言が本当なので2番目に出て行ったということになる。そしてRの「最後ではない」という証言が本当なので1番目か2番目に出て行った可能性がある。

つまり部屋を出て行った順番の可能性は

1	P	R
2	P	Q R
3		

となり、3番目に出て行った人がいないという矛盾が起こる。つまり、Pはウソをついていない。

同様に

ii) P・・・本当

Q・・・本当

R・・・ウソ と仮定した場合も矛盾が起こる。

そこで

iii) P・・・本当

Q・・・ウソ

R・・・本当 と仮定すると、

部屋を出て行った順番は

1	Q	R
2		R
3	P	Q

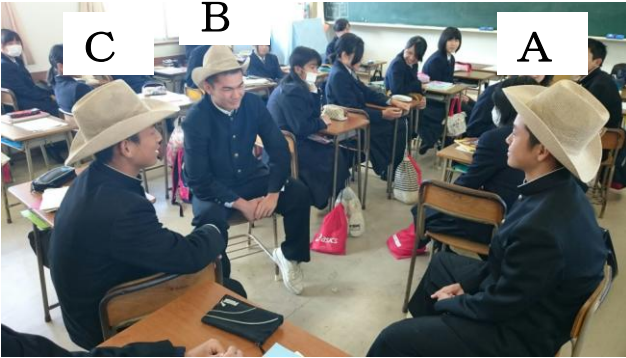
となり $Q \rightarrow R \rightarrow P$ で矛盾は起こらない。

以上によりウソをついているのはQであり、出て行った順は $Q \rightarrow R \rightarrow P$ となる。

3 応用問題

ここに白い帽子が3つ、黒い帽子が2つある。
これを、A、B、Cの3人にかぶせる。それぞれは他の2人の帽子は見えるが自分の帽子の色はわからない。そこで、目隠しをした3人に白い帽子をかぶせ、黒い帽子は2つとも隠した。目隠しを外した3人は一瞬お互いに見つめあい、そしてしばらくしてAが、「私の帽子の色は白色です」と答えた。Aはどのような推理を行なったのか述べよ。

(国家公務員1種試験 年代不明)



平成27年6月に行われた学校訪問での研究授業時の1コマ

<推察>

Aの立場に立って考える。

私が黒だと仮定する。

そこでBの立場に立って考えてみる。

Bは自分が黒だと仮定したとき、黒2人が見えているCがすぐに白だと答えるはず。

けれどCは悩んでいる。ということは自分は白だ、とBが答えるはずである。

けれどBも悩んでいる。

つまり、最初の仮定が間違いだから私(A)は白だ、と推理した。

※自分を仮定し、更にもう1人の立場に立って考えることがポイント！

4 まとめ

よく公務員試験にはこのような推理・推察問題が出題されるが、数学Iで学ぶ背理法がこのような形で使われるということに生徒達も興味・関心をもって取り組むことができていた。

上記の3つの問題は実生活でも使われることがあり、また、クイズ番組などでも取り上げられることも多い。生徒たちの関心は高まり、背理法の重要性や有用性を理解することができた。

また、自分の頭では分かっている、その考えをみんなに説明することが苦手な生徒も少なくない。言語能力を高めるためにも、生徒たちに説明させる時間を与えることも必要であると感じた。

今後も私自身、さらに研修を積んでいきたい。