# 確率における課題学習の研究

愛媛県立新居浜商業高等学校　　松浦　宏明

## １　はじめに

新学習指導要録の完全実施に伴い、数学Ⅰ・Ａにおける課題学習の指導方法の研究が進んでいる。新学習指導要領によると「内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにする。」とあり、内容の取扱いでは、「それぞれの内容との関連を踏まえ、学習効果を高めるよう適切な時期や場面に実施するとともに、実施に当たっては数学的活動を一層重視するものとする。」と書かれてある。

今年度は、課題学習に対しての経験も少ないため、日常生活と関連付けやすい数学Ａの「確率」の分野における課題学習の事例を研究したいと思い、この主題を設定した。

## ２　研究目標

(1)　グループ学習を導入することで、互いに教え合うといった学習活動を充実させ、理解の深化につなげる。

(2)　生徒の興味・関心を高める教材を用いることにより、数学に対する苦手意識を改善する。

## ３　研究内容

(1)　実施時期：２学期

(2)　対象生徒：情報ビジネス科３年１クラス
　　（男子 11 名、女子 25 名、計 36 名）

(3)　概要

ア　問題

| |
|---|
| あるクラスで、くじ引きによってランダムに席替えを行うとき、全員が前と同じ席にならない確率を求めなさい。 |

この問題は形式こそ少し違うが、完全順列またはモンモールの問題として有名である。より学校生活に近づけるために問題を改変した。モンモールの問題は、ピエール・ド・モンモールによって 18 世紀初頭に提起され、解決された。また、ニコラス・ベルヌーイは「包除原理」を用いてこの問題を解決した。

$n$ 個のものの完全順列の公式

$$n\,!\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k}{k\,!}$$

漸化式

$$a_n=(n-1)(a_{n-1}+a_{n-2})\ ,\ \text{ただし}\ n\geqq 3$$

イ　予想

始めに、クラスの中で前回の席替えから席が替わっていない生徒に挙手をさせると、２人の生徒が手を挙げた。この質問の結果を元に解法を考える前に、クラスの人数を５人、10 人、36 人と仮定して、全員が前と同じ席にならない確率を生徒に予想させた。結果は次の通りである。なお、結果が多かったもののみ掲載する。

- ５人のクラスのとき
  約 80%……16 人　　約 30%……10 人
- 10 人のクラスのとき
  約 90%……16 人　　約 60%……９人
- 36 人のクラスのとき
  約 95%……12 人　　約 80%……８人

クラスの人数が増えると確率も高くなると考えた生徒が多数であり、確率が低くなると考えた生徒は５人であった。確率がほとんど変わらないと考えた生徒は２人であった。また、上手くイメージできなかったため予想が立てられなかった生徒もいた。

ウ　解法

１人から４人のクラスについては、樹形図を用いて同じ席にならない場合の数を考えさせた。まずは個人で考えさせ、その後グループを作り、相談をしながら漏れがないように数え上げ、ワークシートへまとめさせた。お互いが考えたパターンを共有することで新しいパターンに気付く生徒もいた。

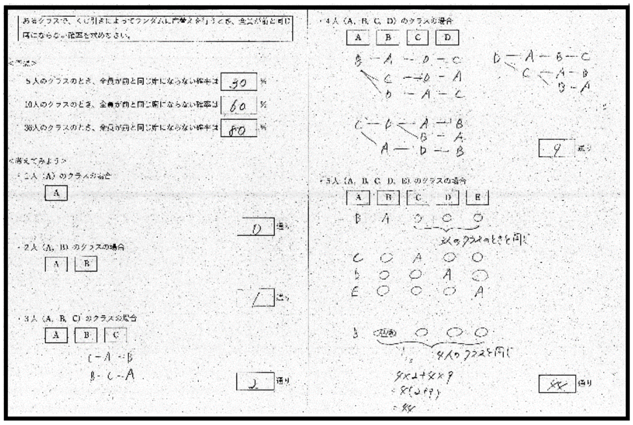


図１　ワークシート①

５人以上のクラスについては、これまでの１人から４人のクラスの場合を用いてうまく数えることができないか考えさせた。生徒同士で話し合わせて考えさせたが、行き詰まってしまったのでヒントを出しながら全員で考えることにした。

５人のクラスの解法は次の通りである。ただし、数列や極限については学習していないため、漸化式等を用いた表現は使用していない。

５人(A , B , C , D , E)のクラスの場合

A と B に着目して

<u>A と B の席が入れ替わったとき</u>

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| B | A | ○ | ○ | ○ |

C , D , E が自分の席に座らない。

３人のクラスのときと同じなので、２通り

C , D , E についても同様に考えることができる。

<u>A と B の席が入れ替わらないとき</u>

| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| B | A 以外 | ○ | ○ | ○ |

B の席には A 以外が座るため A は B と考えることができる。つまり、B(A) , C , D , E が自分の席に座らない。

４人のクラスのときと同じなので、９通り

C , D , E についても同様に考えることができる。

よって

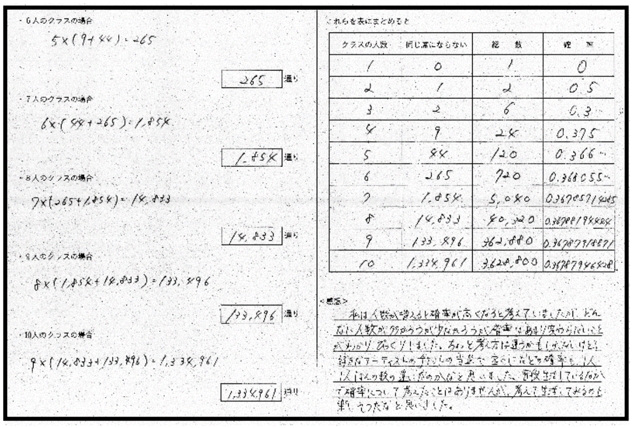
4×(2＋9)＝44

44 通り

A と B の席が入れ替わったときのパターンは理解する生徒が多かったが、A と B の席が入れ替わらないときのパターンは理解するのが難しく感じる生徒が多かった。

以下、６人以上のクラスについては、５人のクラスの場合と同様に考えることができるため、電卓を用いて計算させた。コンピュータを用いた方が早くて正確だと思うが、商業高校である本校の生徒は電卓に慣れ親しんでいるため、あえて電卓を使用させた。

クラスの人数、同じ席にならない場合の数、総数をワークシートの表にまとめさせ、それぞれの確率を求めさせた。また、求めた確率から分かること、自分の予想とどうだったかをグループで話し合わせ発表させた。



これらを表にまとめると

| クラスの人数 | 同じ席にならない | 総数 | 確率 |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 0.5 |
| 3 | 2 | 6 | 0.3 |
| 4 | 9 | 24 | 0.375 |
| 5 | 44 | 120 | 0.366… |
| 6 | 265 | 720 | 0.368055… |
| 7 | 1,854 | 5,040 | [illegible] |
| 8 | 14,833 | 40,320 | [illegible] |
| 9 | 133,496 | 362,880 | [illegible] |
| 10 | 1,334,961 | 3,628,800 | [illegible] |

図２　ワークシート②

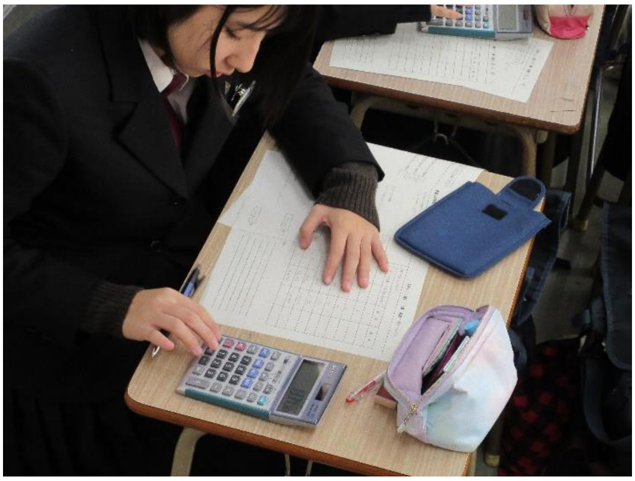


図３　電卓を用いて場合の数を計算している様子

図４　求めた確率を板書する様子

(4)　感想

・人数が増えても確率が変わらないのが驚きました。自分の予想していたのと全然違っていたので面白かったです。

・計算していくうちに人数が増えても同じ確率になるのを知ってすごいなと思いました。確かに席替えをしても、みんなが前と違う席になることは少ないなと感じました。

・席替えの確率については前から少し気になっていたので、こうやって数学で考えることができて良かったです。

・予想していたことと全く違い、びっくりしました。正直内容は難しかったです。いろいろなことが確率で計算できるのは、とても興味深く楽しかったです。

・自分が想像していた答えとは違っていて驚きでした。いまだに信じられないし、理解に苦しみます。世の中にはこんな不思議な確率がまだまだあるのかと思うと、学んでみたいと思ったし、興味がわきました。

## ４　おわりに

今回の課題学習は、日常生活の特に学校生活における身近な内容を取り上げることによって、生徒の興味・関心を高める授業となった。また、直感と確率が必ずしも一致するとは限らず、生徒の予想をいい意味で裏切ることができた。

課題として、完全順列の漸化式を見つける過程が生徒にとって思っていた以上に難しく、理解に苦しんでいたため、生徒の数学に対する苦手意識の克服ができなかったことが挙げられる。

高等学校では、数学の内容の抽象化が進み、生徒の実生活の場面から問題をスタートさせることが難しいときも少なくない。したがって、様々な単元で、生徒が実感をもって数学に取り組めるような教材研究が必要であると再認識した。数学が「わかる・できる」だけでなく、「使う・つくる」ことができるようにする必要があり、それにより数学的活動を重視したアクティブ・ラーニングの実現が可能なのではないだろうかと考えさせられた。課題学習を通して、他の分野と関連付けて学習を行うことによって、より深い理解が得られるよう研究を続けていきたいと考えている。

《参考文献》


・「高等学校学習指導要領」（文部科学省）
・「高等学校学習指導要領解説」（文部科学省）
・「改訂版　数学Ａ」（数研出版）
・「意味がわかれば数学の風景が見えてくる」
（野崎昭弘他著　ベレ出版）
・「数字マニアック」
（デリック・ニーダーマン著　化学同人）