

数学へのやさしいアプローチについて（例4）

愛媛県立今治工業高等学校 田中 徹

1 はじめに

ある先輩の先生方から、「数学ができないと言われると、バカにされた気がする」という生徒の話を聞いたことがある。また、私が勤務している学校は工業高校であり、どちらかというと学習意欲の低い生徒が多い。就職・進学（専門学校）においても、ほとんど数学を必要としないので、学習の動機付けも難しいところがある。

そこで、どのように楽しく、わかりやすく、数学を生徒に学習させていくのかは、数学教員の大きな責任であると強く感じている。ゆえに、この主題を設定した。

2 研究内容

現在、私の勤務校では数学Ⅰ・数学Ⅱの授業が実施されており、数学Aは選択科目になっている。そのため、今の3年生以降の学年は「場合の数・確率」の教科指導ができない状況である。しかし、就職試験における数学の問題では「場合の数・確率」が出題されることがある。実際に、愛媛県高等学校教育研究会数学部会編集「数学就職問題集」においても、過去問題として記載されている。問題になってくるとは、教科書のない、授業を実施されていない生徒たちに、いかに「場合の数・確率」を教科指導していくかである。

そこで、今までに作成した「順列」「順列の例題」「組合せ」「円順列」「グループ分け」「同じものを含む順列」の漫画プリントを教科書の代用にして、就職問題集を対処することにした。しかし、週2時間の授業の指導では、ワンパターンの解法の問題ばかりであり、機械的に解くという形になってしまいがちである。特に、考える力を高めることがあまりできなかったと思う。卒業して社会人になり、娯楽遊びをする中で確率に関係するものであったとき、無計画な形で進んでいかに基礎知識としっかりした考える力を持たせたいと考えた。

自分が実家に帰ったときにあった月刊雑誌に、“人生は「運」で決まるのか？”という特集が記載されていた。その中に、“「確率」から迫る数字を学びつきとつきあう—運・不運を分かつ法則性はあるのか？確率論から考える。—”という横浜国立大学教授 今野紀雄先生の記事が載っていた。「独立試行」「逆正弦法則」等の内容であったが、あまり数学が得意でない人でもわかりやすい説明がなされていた。また、数学Ⅰで「確率」を指導していたとき、勤務校における生徒たちの「独立試行」に関する問題の解答率があまりよくなかったこともあり、今野教授と雑誌社にお願いして、漫画プリントにするお許しをいただいた。今回は記事の前半を参考にし、後半にあった、“「逆正弦法則」はツキを教える！？”“確率を知るとギャンブルで勝つことが難しいことがわかる”等の話については次回にしたいと思う。

対象生徒は3年生である。9月中旬には就職試験があり、運動会が下旬にある。つまり、3年生の2学期中間考査にとって、普段の定期考査より授業数が少ない状態であり、かつ、心は就職試験ドキドキという気持ちと人生最後の学生運動会の応援等で頭がいっぱいという状態である。また、2学期後半には文化祭等もあり、なかなか生徒にとって余裕のないことが多いので、3学期の学年末考査用の資料として利用したいと思う。そして、「独立試行」に関する問題を指導し、理解度を高めるとともに、今まで低かった解答率を上げてみたいと思う。

▼漫画プリント







「ツキや運の法則」 - 確率論から考える -

コイン投げで10回連続裏が出た。その次は?

では、前ページと同じようにコイン投げゲームについて考えてみよう。表が出るか、裏が出るかを予測し、当てるゲームとするよ。ここでは、表をO、裏をXとします。

あるとき、コインの裏が10回続けて出ました。

X X X X X X X X X X

さて、次は表か、それとも裏か? どのように推測しますか?

まず、押えておきたいのは、コインの表が出るか、裏が出るかということは、過去の結果とは無関係だということです。

これを「独立試行」といいます。

裏が10回も続いたんだから、もう表が出る頃ですね! うっうん とても わかりやすいよ!

さすが先生!!

でも、先生は11回連続うらたたね...

これまでに表がずっと続いたから、次は表にしようよ、コインが考えるわけじゃないです。

たしかにそうですね!

では表うらか...



誤解に注意！ 感覚と確率の違い

コイン投げの場合で説明するよ。コインを一回投げたときに裏が出る確率は $\frac{1}{2}$ ですね。

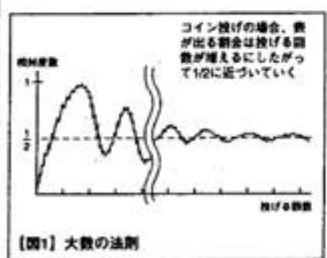
では、コインをn回投げたときに裏の出る回数をSとすると、裏が出る確率は当然、 $\frac{S}{n}$ になります。

例えは $X O O X O \rightarrow \frac{2}{5}$

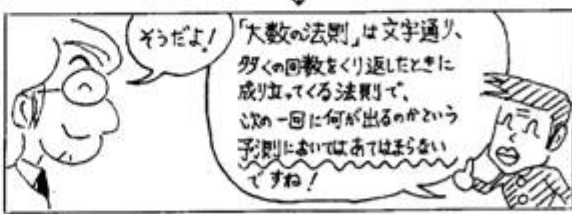
この数値をPとします

ウーン、ウーン わかるよ！

今回の例題の場合、十回投げても十回裏が出たわけですが、このあと投げ続けていくと、裏が出る確率 $\frac{S}{n}$ は「P」+おかし、 $\frac{1}{2}$ に確実に近づいていきます。これが「大数の法則」です。



図は表のとおりですが、裏のときも $\frac{1}{2}$ に近づいているよ！





コイン投げとして、
「○×○×○×○×○×」
と交互になり、
「××××××××××」
と同じ面が連続するのをめずらしいと感じるのは誤解です。

↓

コインを十回投げたときにできる組合せは
 $2^{10} = 1024$ (通り) あります。(下図)

<1回投げた場合>→2通り ○、×
<2回投げた場合>→4通り ○○、○×、×○、××
<3回投げた場合>→8通り ○○○、○○×、○×○、○×× ×○○、×○×、××○、×××
<4回投げた場合>→16通り ○○○○、○○○×、○○×○、○○×× ○×○○、○×○×、○××○、○××× ×○○○、×○○×、×○×○、×○×× ××○○、××○×、×××○、××××
<10回投げた場合>→1024通り ○○○○○○○○○○ ×○○○○○○○○○ ↓ ×××××××××○ ××××××××××

【図】コイン投げの組合せ

↓だから

裏が十回連続で出るのも $\frac{1}{1024}$ の確率です。それは、
「○○×○×○×××○」の確率も $\frac{1}{1024}$
というようなバラバラな場合も同様です。どんな組合せも、何回もくり返していけば ほぼ確実に起こるのです。

「××××××××××」の確率は $\frac{1}{1024}$ でめずらしい考えるが
「○○×○×○×××○」の確率も $\frac{1}{1024}$ だが
こういうバラバラな場合でもめずらしいと思えないといけないだ!

そうだな...

3 まとめと今後の課題

今回の漫画プリントは、3年生の2学期期末考査後の授業で活用する予定である。まだ生徒の反応とその成果がわからないので、今の段階では何とも言えない。

本校の生徒は、工業高校ということもあり、作図することを苦にしないところがあるので、下の例のように図を解答に描くことができる。つまり、今までの卒業生がそうであったので、在校生も同様と考えられる。もちろん、卒業生たちはテストでも作図はできている。つまり、具体的なイメージはできているということである。しかし、どうしても、組合せの意味も十分わかっているにもかかわらず(組合せ

の場合の数に関する問題の正答率が高い)、 nC_r の箇所が抜かれている解答が多かった。

例	1つのさいころを続けて4回投げる試行で、 4回のうちちょうど2回1の目が出る確率を求めよ。			
(解答の一部の図)				
	1回目	2回目	3回目	4回目
	○	○	×	×
	○	×	○	×
			:	
	×	×	○	○

今回は、その解消が少しでもできるのではないかと考える。また、予想ではあるが、反復試行の確率 $nC_r p^r (1-p)^{n-r}$ において、“なぜ nC_r を掛けるのか?”ということを理解させるサポートができるのではないかと考える。

しかし、生徒にとって、数学の授業内容は点数を採るためのものであり、まだまだ私の努力不足のため、本当に数学を楽しく学習させることができていると思う。少しでも数学の苦手な生徒に興味と探求心を高めていけるように、努力し続けていきたい。

*参考文献：「数学を学びツキとつきあう」、『第三文明2005年8月号』，横浜国立大学 今野紀雄 教授，第三文明社