

数学的活動の充実と評価について

－方程式 $ax^2+by^2+cx+dy+n=0$ の表すグラフを考える－

愛媛県立今治北高等学校 林 俊宏

1 はじめに

今年度、本校に転勤となり、2年生普通科で数学Ⅱと数学Bを担当させていただくこととなった。そこでこの中から、数学Ⅱの図形と方程式における円の章を選び、コンピュータを用いて、昨年度からの研究テーマである数学的活動の充実を図ることと、その評価について研究したいと思い、本主題を設定した。本研究の対象となったクラスは、2年生生理系の1クラス（35名）である。

2 研究の目標

今回の研究では、コンピュータを生徒自身に操作させることを通して、生徒一人ひとりに学習課題が作られ、そのことによって主体的な取組がなされることを目指す。これは一連の数学的活動の中の、設定した数学的な課題を既習事項や公理・定義等を基にして数学的に考察・処理しその過程で見いだした、いろいろな数学的性質を論理的に統合化し、数学の新しい理論・定理を構成する活動を充実させることにつながると考えた。

3 研究の内容

(1) 使用した視聴覚機器等

グラフ作成ソフトであるGRAPESを用いた。

指導者側で $ax^2+by^2+cx+dy+n=0$ の式を作っておき、生徒は各パラメータ a, b, c, d, n の数値を変えるためにクリックをするだけでよいようにした。1時間目はパソコン教室でプロジェクターを用いて、操作方法および課題の説明を行った。その後、生徒一人ひとりがコンピュータを操作して、課題に取り組んだ。2時間目は普通教室において、成果の発表および評価問題を実施した。

(2) 授業展開

ア 1時間目

まず導入部分では、課題として与えておいた円の中心と半径を求める演習問題の確認を行う。展開部分では、パラメータに具体的な値を入れて、円になる場合を確認させることを通して、ソフトの使用方法和、これからの活動内容を理解させる。その後パラメータの値を変え、グラフの形分類する作業を行った。下図は指導案と活動プリントである。

本時の主題	方程式 $ax^2+by^2+cx+dy+n=0$ の表すグラフを考える。		
前時の課題内容	$x^2+y^2+ax+by+n=0$ から円の中心と半径を求める練習問題に取り組み、		
目標	方程式 $ax^2+by^2+cx+dy+n=0$ が表す様々な形のグラフに興味・関心を持たせるとともに、グラフの形について分類させる。		
本時の導入	学習内容	時数	指導上の留意事項
	1 前時の課題を確認する。	5	・前時の課題が本時の例題と関連があることに留意させる。
の展開	2 本時の目標を確認する。	5	
	1 グラフが円になる場合について確認する。	10	・例題を示すことにより、ソフトの使用方法和、これからの活動内容を理解させる。
の整理	2 パラメータに値を代入して、グラフの形について分類する。	25	・なるべく多くの形を調べようとしている。(E)
	本時のまとめを開き、本時の課題について理解する。	5	発見できるように留意させる。
備考	評価の観点		(A:学習プリント)
	上記の①・②・③・④・⑤・⑥・⑦・⑧・⑨・⑩・⑪・⑫・⑬・⑭・⑮・⑯・⑰・⑱・⑲・⑳・㉑・㉒・㉓・㉔・㉕・㉖・㉗・㉘・㉙・㉚・㉛・㉜・㉝・㉞・㉟・㊱・㊲・㊳・㊴・㊵・㊶・㊷・㊸・㊹・㊺・㊻・㊼・㊽・㊾・㊿		

(1時間目の指導案)

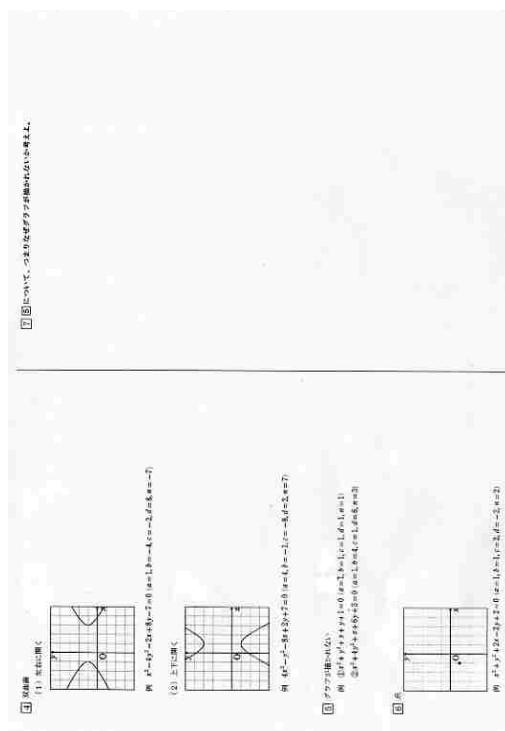
(1時間目の学習プリント)

イ 2時間目

1時間目で調べることができたグラフのうち数学Ⅲで学習するグラフを除いた、直線・放物線・グラフが描かれない・点になる場合について発表させた。その後、グラフが描かれない場合と、点になる場合の評価問題に取り組みさせた。下図は指導案と発表用のプリントである。

本時の主題			
前時の課題内容			
目標			
本時の展開	学習内容	時間	指導上の留意事項
	導入	5	
	1: グラフの形とパラメータの値との関係について発表する。	30	
	2: (3)(4)に関する評価問題に取り組む。	10	
整理	1: 本時のまとめをする。	5	
備考	評価の観点		

(2 限目の指導案)



(発表用プリント 2)

(3) 授業後の評価の結果と反省

ア 評価の結果について

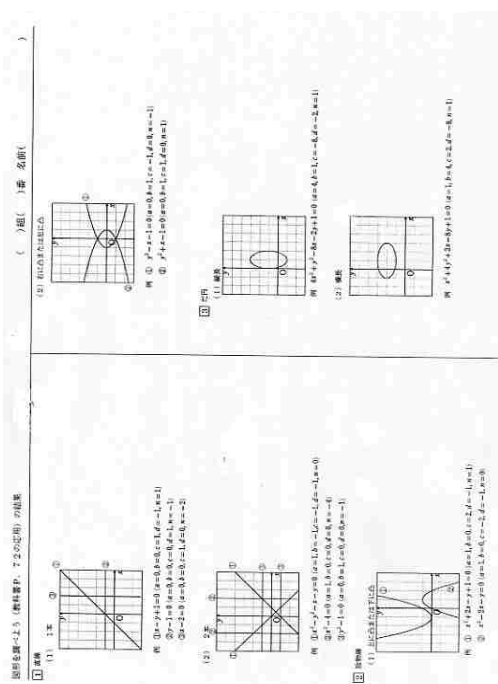
(ア) 評価規準①

最大で4個調べられるように欄を作っていたが、ほとんどの生徒が4個調べることができた。平均すると一人当たり3.6個の場合について調べており、難易度については適切であったと考える。ただし、同じ形で大きさだけが異なるグラフも異なる場合として書いている生徒がおり、作業の方法をもう少し詳しく説明する必要があると感じた。

形の分類については、[双曲線(60%) 描かれない(54%) 直線(51%) だ円(43%) 放物線(37%) 円(18%) 点(9%) グラフの種類の後の(%)は生徒の記入率を表す。]であった。

(イ) 評価規準②

双曲線、だ円、左右に凸である放物線については数学Cの学習範囲であり、当然ながらその理由について書いている生徒はいなかった。理由については[直線(72%) 描かれない(11%) 円(75%) 点(0%) グラフの種類の後の(%)は理由が正しかった割合を表す。]であった。の2種類の文字を含んだ因数分解をする必要があるものが多く、難しかったようである。しかしながら、簡単なものについてはほとんどの生徒が理由について正しく記入できていた。全体的にはやや難度が高かったように思



(発表用プリント 1)

う。

(ウ) 評価規準③

③に対する評価問題として方程式が点および円を表すグラフになるよう、 a の値または値の範囲を求めさせる問題を解かせた。結果は4点満点で平均が2.4点であった。解けなかった多くの生徒が式変形の段階で間違えており、評価規準の半径に相当する部分は適切に処理することができていた。

(2) 作図ソフトを用いて授業を行ったことに対する感想

- ・ どうすれば異なる形になるか、パソコンで調べることが楽しかった。
- ・ 値を色々変えていくことで、円の形が大きくなったり移動したりして、動きをみることができたので楽しかった。
- ・ 見たことがないグラフの形が表れて楽しかった。
- ・ 自分が調べた以外にどのような形があるのか、他の人の発表を聞きたいと思った。
- ・ 少しの数値の違いや、ある一定の数の境目でグラフが大きく変わることが分かった。
- ・ 形が異なるグラフ作ろうと思っても、適当にパラメータを動かすだけではうまくいかなかった。どうしてそのような形になるのかきちんと理解しなければいけないと思った。

4 研究のまとめと今後の課題

今回の研究では、パラメータの値を変える事により様々な形のグラフを調べる活動を行ったが、パラメータに具体的な値を入力し形を調べたことで終わってしまったので、パラメータが一般の場合について考えることができなかつたのが残念である。しかしながら、冒頭でも述べたように、コンピュータを生徒自身に操作させることによって、生徒一人ひとりに課題が生まれ、それを数学的に考察していくという活動はできたのではないかと思う。生徒自らが操作を行っているので、「どうしてこのような形のグラフができるの？」という思いは当然生じる。その思いがあるからこそ、数学的活動の充実が図れるのだと思う。数学Cで2次曲線を学習してから、同様の授業をすればさらに深みのある活動が行えるのではないかと思う。今後も数学的活動の充実を目指して研究を重ねていきたい。最後に今後の課題を箇条書きで表す。

- ・ 生徒の「気付き」を課題にするので、生徒によっては全く活動がなされない場合がある。そのため「気付き」を援助できる教材の作成が重要である。
- ・ 値を入力すれば結果が出るので、その時点で満足してしまう生徒がいる。このことに対してどのように取り組ませるか。

《参考文献》

- [1] 『評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料－評価規準、評価方法等の研究開発（報告）－』平成16年3月編集 国立教育政策研究所
- [2] 『愛媛県県立学校評価の手引き』平成15年3月編集 愛媛県教育委員会
- [3] 大矢雅則・岡部恒治ほか14名『新編 数学Ⅱ』数研出版
- [4] 藤本義明『新学習指導要領の実施に向けて』愛媛県高等学校教育研究会 数学部会誌,42,6－7(2001)
- [5] 長尾篤志『授業改善と評価』愛媛県高等学校教育研究会 数学部会誌,43,2－10(2002)