

身近な数学についての研究2 –GPS測量等について–

愛媛県立川之江高等学校 井上真一

1 はじめに

昨年、数学と測量のつながりについて取り上げた。3年生の習熟度の高い理系クラスの生徒に対し、昨年研究した内容を話したところ、3人の生徒が興味を示した。そこで今年は、放課後や夏季休業中に、最も興味のあるGPS測量について調べることにした。

2 研究の内容

- (1) GPSの歴史、構成、衛星、特徴、欠点などについて調べる。
- (2) GPS以外の衛星測位システムについて調べる。

3 GPSについて

(1) GPS (Global Positioning System) とは

日本語では「汎地球測位システム」や「全地球測位システム」と呼ばれていたが、最近では「GPS」で通用するようになった。

GPSは、宇宙空間に配置されたGPS衛星から送られる電波を地上のアンテナで受信し、アンテナの位置を求める測位方法である。測量作業の他にカーナビやハンディGPS（登山などに使用）等に利用されている。

(2) GPSの歴史

- 1974年 GPSの開発開始
- 1978年 最初の実験用GPS衛星打ち上げ
- 1993年 12月に24衛星の配備が完了し、正式運用
- 1996年 国土交通省公共測量作業規程の基準点測量方法として正式に採用
- 2003年 電子基準点観測データの公開

(3) GPSの構成

- 制御部分…衛星の軌道追跡を行い、衛星に必要な制御を加えて衛星の運用管理を行う。
- 宇宙部分…人工衛星群（ユーザが位置を知るために必要なデータを電波にのせて発信。）
- 利用者部分…受信機を使って座標や相対的位置関係を求める。

(4) GPS衛星

現在29衛星が運用中。衛星の寿命は7年であるので、順次新しい衛星を打ち上げ、常に4個以上の衛星からのデータが受信できるようにしてある。

(5) GPS軌道

- 軌道半径：約26,000km（高度20,200km）
- 周回周期：11時間58分02秒
- 軌道面：6面（1軌道面に4衛星）
- 軌道傾斜角：55度

(6) GPSの利用

- ・測量用GPS受信機
- ・ナビゲーション用（航空機、船舶等）
- ・カーナビゲーション用
- ・登山用小型GPS受信機 e t c

(7) 従来の測量（トータルステーション等）

- ・水平角、鉛直角、距離を観測して2次元相対位置を求める測量
- ・測点間の視通が必要である（木の伐採）。
- ・天候の影響を受けやすい。
- ・主に、昼間に測量する。
- ・観測にはある程度熟練した技術が必要である。
- ・精密機械のため、維持管理に注意が必要である。

(8) GPS測量の特徴

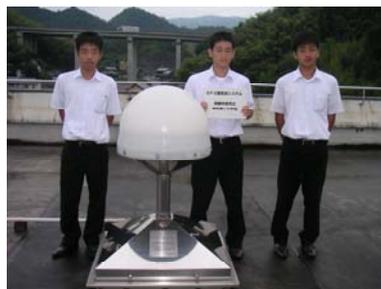
- ・人工衛星による三次元測量
- ・測点間の視通が不要である。
- ・天候の影響を受けにくい。
- ・24時間いつでもどこでも測量できる。
- ・操作が簡単で、精度が均一である。
- ・受信機の維持管理が容易である。
- ・基幹システムは米国である。
- ・受信機が高価である。

(9) GPS測量の欠点

- ・衛星からの電波を受信する必要する必要がある。（地中、水中、森の中、都市部での使用に制限）
- ・同時に4衛星以上の受信が必要である。
- ・標高は直接求まらない。

(10) 電子基準点

- 2005年7月現在1224点
- <電子基準点の主な役割>
- ・日本全国の地殻変動の監視（例、北海道十勝沖地震（平成15年9月）による地殻変動をとらえた）
- ・測量の基準点
- ・観測データ提供サービス



(四国中央市立金生第二小学校にある電子基準点を取材)

(11) 電子基準点 (GPS 固定点) の取材

生徒たちが国土地理院のホームページを調べていると、四国中央市に電子基準点が2つあることが分かった。川之江と三島にあるのだが、高校から近い川之江の四国中央市立金生第二小学校に取材をお願いしたところ、教頭先生に快諾していただいた。取材当日、校長先生が出迎えてくださり、校長室で説明してくださった。GPS 固定点アンテナ部は校舎の屋上にあり、写真 (前ページ) を撮らせていただいた。

<取材した内容>

(ア) GPS とは

1970 年代にアメリカによって開発されたシステムである。人工衛星からの電波を受信することによって、船、飛行機、車などが、今どこにいるのかを知ることができる。2 点間で同時に受信すると、その間の距離が正確に測定できる。

(イ) GPS 固定点の利用方法

GPS 固定点のアンテナが建っている場所は、地球上の位置が正確に求められている。GPS 固定点は、国土調査法に基づく地籍調査、道路計画、都市計画等地上で行われる様々な測定の基準として利用されている。

(ウ) データ収録システム

GPS 固定点で観測されたデータを、電話回線を利用して国土地理院に集め、インターネットを利用して一般の利用者に提供を行っている。

4 GPS 以外の衛星測位システムについて

(1) GLONASS (GLObal NAVigation Satellite System)

(ア) GLONASS とは

ロシア版 GPS である。GPS と GLONASS の大きな相違点として、GLONASS の測位信号は衛星ごとに送信される電波の周波数が異なる方式を採用していることが大きな特徴である。GPS や欧州の GALILEO では、全ての衛星に対して送信する電波の周波数が同一の方式を採用している。

(イ) GLONASS の構成

GLONASS のシステムは、GPS と同様に3つの部分から構成され、宇宙部分、地上管制部分、利用者部分と呼ばれている。GLONASS 衛星は3つの軌道面上に8衛星ずつの合計 24 衛星が配置される予定であるが、2005 年5月現在は 13 衛星が稼働中である。各衛星は、地上約 19,100km の円軌道上を 64.8 度の傾斜角で、約 11 時間 15 分で周回している。1982 年から打ち上げが始まり、1996 年頃には一旦全衛星が揃った。しかし、その後衛星の打ち上げがしばらくなく、また、衛星の寿命が3年ということから、2001 年頃には衛星数が1桁まで落ち込んだ。その後は順調に衛星が打ち上げられ、2012 年頃には全衛星が装備される予定である。

(ウ) GLONASS 衛星を利用するメリット

GPS と GLONASS を併用することにより、以下のような改善が見込まれる。

- 1) GPS 衛星だけでは困難な状況でも、GLONASS 衛星次第では測位が可能になる。
- 2) GPS 衛星だけで測位可能でも衛星配置や上空視界が悪く、精度が劣化している場合、GLONASS 衛星次第では測位精度が向上する。

(2) GALILEO

EU 連合版 GPS で、現在はテスト段階。正式運用は 2010 年で、30 衛星予定

(3) 準天頂衛星

GPS の補完及び補強を目的とする日本の衛星。常時 1 衛星は日本上空を飛来する。正式運用は 2012 年で、3 衛星の予定。

5 生徒の感想

- ・ 高校で学習している内容の延長線上に GPS 測量があることが分かった。ただ、逆三角関数や微分の難しいものなどは今はよく分からないので、大学に行ってからしっかり学びたいと思う。
- ・ 僕は、医療系進学を希望しているが、GPS について調べていくうちに、防災において GPS は人の役に立っているのだから、将来何がしたいのか改めて考えるよい機会となった。
- ・ 日常生活と数学とのつながりは、今まではよくわからなかった。今回で自分たちで調べていたことが、小学校の校長先生の話聞いてよく理解できた。

6 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

高校で学習している三角関数、微分積分、ベクトル、行列、2次曲線などを基にし、大学で発展して学習していき、それらが測量に利用されていることが分かった。

(2) 今後の課題

生徒たちがカーナビなどに興味を持っていたので、GPS 測量に絞って調べた。GPS についてはある程度理解できたと思うが、数学との関連についてはあまり理解できなかったと思う。このことについても興味を持って学習できるように私自身が事前に、高校の内容からどのように発展して測量につながるのかをもう少し研究しておく必要がある。

今回は、測量に興味がある生徒と数学が好きな生徒であったので一緒に学習できたが、普段の授業では実践が難しいと思われるので、授業に取り入れるのであれば内容を精選する必要がある。