

## 数学へのやさしいアプローチについて（例5）

愛媛県立今治工業高等学校

田 中

徹

### 1 はじめに

ある先輩の先生方から、「数学ができないと言われると、バカにされた気がする」という生徒の話聞いたことがある。また、私が勤務している学校は工業高校であり、どちらかというと学習意欲の低い生徒が多い。就職・進学（専門学校）においても、数学をほとんど必要としないので、学習の動機付けも難しいところがある。

そこで、どのように楽しく、わかりやすく、数学を生徒に学習させていくのかは、数学教員の大きな責任であると常に感じている。ゆえに、この主題を設定した。

### 2 研究内容

現在、私の勤務校では数学Ⅰ・数学Ⅱの授業が実施されており、数学Aは選択科目になっている。そのため、ほとんどの生徒に「場合の数と確率」の教科指導がなされていない状況である。しかし、就職試験における数学の問題に「場合の数と確率」が出題されることがある。実際に、愛媛県高等学校教育研究会数学部会編集「数学就職問題集」においても、過去問題として記載されている。問題になってくるとは、数学Aの教科書を持たない、かつ、授業が実施されていない生徒たちに、いかに「場合の数と確率」を教科指導していくかである。

そこで、今までに作成した「順列」「順列の例題」「組合せ」「円順列」「グループ分け」「同じものを含む順列」の漫画プリントを教科書の代用にして、就職問題集を対処することにした。しかし、週2時間の授業の指導では、ワンパターンの解法の問題ばかりであり、機械的に解くという形になってしまいがちである。特に、考える力を高めること

があまりできないのではないだろうか。卒業して社会人になり、娯楽遊びをする中で確率に関係するものであったとき、無計画な形で進んでいかないように基礎知識としっかりと考える力を持たせたいと考えた。

自分が昨年実家に帰ったときにあった月刊雑誌に、“人生は「運」で決まるのか？”という特集が記載されていた。その中に、“「確率」から迫る 数字を学びツキとつきあう 一運・不運を分かち法則性はあるのか？ 確率論から考える。”という横浜国立大学教授 今野紀雄先生の記事が載っていた。「独立試行」「逆正弦法則」等の内容であったが、あまり数学が得意でない人でもわかりやすい説明がなされていた。また、数学Ⅰで「確率」を指導していたとき、勤務校における生徒たちの「独立試行」に関する問題の解答率があまりよくなかったこともあり、今野教授と雑誌社にお願いして、漫画プリントにするお許しをいただいた。今回はその記事の前半を参考にしたので、今回は後半にあった、“「逆正弦法則」はツキを教える！”“確率を知るとギャンブルで勝つことが難しいことがわかる”等の話を漫画プリントにした。

対象は3年生で習熟度の低いクラス生徒である。漫画プリントは1学期中間考査用の資料として利用し、パワーポイントを使用したプレゼンテーションを授業で行った。（もちろん、今までの漫画プリントも同様に行った）また、試行がコイン投げであったので、実際に生徒たちにも実験をしてもらい、その様子をビデオ録画・編集したのもも上映してみた。そして、「独立試行」に関する問題を指導し、理解度を高めるとともに、今まで低かった解答率を上げることを目指した。

#### ▼漫画プリント

“数字を学び ツキとつきあう”

「逆正弦法則」はツキを教える!?



この図のように、大きくプラスにも マイナスにもならず、0のあたりを上下するグラフだと思います。

予想だと...

表が出ると+1、裏だと-1としてグラフをつくと±0で付近を上下するグラフになりそうだが...

投げた回数

そうですね？  
では、実際にやってみましょう。(シミュレーション)

今日の俺は、全くツイていない！  
後はおまえがやってみろ！

うん！  
わかった！

このコインを使い！

おまえも、うーん、だらけー！

いけんじゃー！

このコインが、おまえも、うーん、だらけー！

10,000回コインを投げるよ！

ゲー！  
ほとんどプラスじゃー！

もちろん、ほとんどマイナスになる場合もあります。(君のように)どちらにしても、0辺りで上下するという形は少なくなります。これは「逆正弦法則」と呼ばれる法則です。

実際は...

実際にコイン投げを行うと、グラフのように上半分に偏ったり、もしくは下半分に偏ったりする

上半分にいる割合をグラフに記すと逆U字形のグラフになるとがわかっています。つまり、「いつも上半分にいる割合」と

「上半分にはいる割合 = いつも下半分にいる割合」

が高く、上下を行ったり来たりして、上にいる確率が2分の1になる度合いがもっと低くなるのです。

グラフの横軸が「上半分にいる割合」、縦軸が「起こる割合」で、「つねに上半分にいる割合」と「つねに下半分にいる割合」が高い「上で6割、下で4割」といった平均的な割合になることは少ないことがわかる

逆正弦法則

投げた回数

投げた回数

つまり、大勝ちをするか大負けをするかのどちらかで、トントンになる割合は低いんですね。

そうですね。ですから、負け込んだときに、マイナス分を取り戻そうと勝負を続けると、結果的に、さらに深みにはまることになります。

10000回投げて +100 ということは  
表 5050回 →  $\frac{5050}{10000} = 0.505$   
うら 4950回 →  $\frac{4950}{10000} = 0.495$   
両方ともほとんど  $\frac{1}{2} = 0.5$ に近い値だ...

ということは、潔く勝負をリセットする賢明さが必要ですね！

わと表が！

# 心の持ちようで幸運を生きる

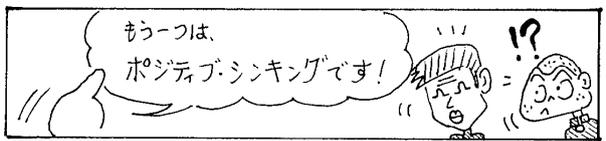
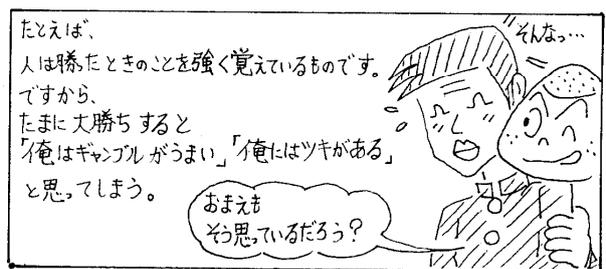


## 主なギャンブルで勝つ確率

<b>【ナンバーズ3】</b> ストレートは1000通りから当てるので、0.001	<b>【ナンバーズ4】</b> ストレートは10000通りから当てるので、0.0001	<b>【競馬】</b> 8枠16頭立てレースの場合を計算
馬券 単勝 1頭の馬 1/16 = 0.0625	複勝 2頭以上の馬 1/8 = 0.125	1-2頭の馬の組合せ 別枠 1/16 = 0.0625 同枠 1/8 = 0.125
3頭以上の馬の組合せ 1/4 = 0.25	馬連勝 1-2頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125	3頭以上の馬の組合せ 1/4 = 0.25
2頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125	馬単 1-2頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125	3頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125
1-2頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125	3連複 1-2頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125	4頭の馬の組合せ 1/8 = 0.125

<b>【toto】</b> サッカーくじ(スポーツ振興くじ)Jリーグ13試合の結果を予想する
1等 1/10000000 = 1000000分の1
2等 1/1000000 = 1000000分の1
3等 1/100000 = 100000分の1

※詳しくは今野紀雄著「図解雑学 確率」(ナツメ社)を参照してください



「逆正弦法則」のところで、  
コインが表ならプラス1、  
裏ならマイナス1 と均等に振分けて計算しましたが、  
これを  
表なら プラス2、  
裏なら マイナス 2分の1 (= -0.5) と変えることができれば、  
あなごコイン投げでも  
プラス(ハッピー)である時間にいる可能性は  
さらに大きくなります!

そうだね。

運がいい、  
ツギがあるといっても、  
確率の値が変わるわけでは  
ないんですね。

一週間後...

この恋はダメみたいだけど  
いつかきっと  
君には素敵な人が待っているよ!

この前の映画よかったですね♡  
セシスあるんですね♡

何か  
ツギがちがうぞ...

『人間万事塞翁が馬』という故事があります。  
(しげんばんじさいおうがうま)

簡単に意味を言うと、  
悪いことがあつた氣になることはない。  
それが良いことのキッカケになることもある。  
逆に、  
良いことがあつたとき、喜びすぎてイケナイ。  
それが災難を招くこともある、ということ!

人間の幸・不幸は見方により定まりがないものという意味ですが、  
人生で起る出来事が本当にツイているといえるのか、  
もしくは 運が悪いといえるのかは、  
簡単には決められないものだと思います。

私はそう考えますが、  
みなさんはどうですか？

▼生徒の解答例

5. 1枚×10円硬貨を5回投げ、表が3回出る確率を求めよ。  
表 =  $O(\frac{1}{2})$ , 裏 =  $X(\frac{1}{2})$  と考えるが

5C<sub>3</sub> {  
O, O, O, X, X →  $(\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^2$   
O, X, O, X, O →  $(\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^2$   
...  
}

したがって

$$5C_3 \times (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3! \times 2 \times 1} \times \frac{1}{2^5} = \frac{5}{16}$$

5. 1枚×10円硬貨を5回投げ、表が3回出る確率を求めよ。  
(解)  $O \rightarrow (\frac{1}{2})$  の確率,  $X \rightarrow (\frac{1}{2})$  の確率

5C<sub>3</sub> {  
O, X, O, O, X →  $(\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^2$   
O, X, X, O, O →  $(\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^2$   
...  
}

したがって

$$5C_3 \times (\frac{1}{2})^3 \cdot (\frac{1}{2})^2 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3! \times 2 \times 1} \times \frac{1}{2^5} = \frac{5}{16}$$

### 3 まとめと今後の課題

今回も漫画プリントを、実際に授業で活用してみたが、アンケート調査からも生徒の反応は上々であった。授業中の演習時間では、ほとんどの生徒が解くことができ、1学期の中間考査も正答率が70%（欠点者1名）とまずまずの成果であったと思う。また、私は特に指示はしていないが、考査後に八割の生徒が自主的にノートを提出している。点検してみると、漫画プリントをきちんとノートに貼り、後で復習しやすいようにしていたので、心強く感じた。

反復試行の確率  ${}_n C_r p^r (1-p)^{n-r}$  においても、卒業生たちは組合せの意味も十分わかっているにもかかわらず、 ${}_n C_r$  の箇所が抜かれている解答が多かったが、今回は、

その解消が半分以上できていた。したがって、“なぜ  ${}_n C_r$  を掛けるのか？”ということを理解させるサポートができたのではないかと考える。

しかし、生徒にとって、数学の授業内容は点数を採るためのものであり、まだまだ私の努力不足のため、本当に数学を楽しく学習させているとはいえない。少しでも数学の苦手な生徒に興味と探求心を高めて、生徒の学習をサポートすることのできる、実りのある数学の授業ができるように努力し続けていきたい。

\*参考文献：第三文明2005年8月号内（第三文明社）

「数字を学びつきとつきあう」

横浜国立大学 今野紀雄 教授