

身近な数学についての研究4 - 2次関数 -

愛媛県立川之江高等学校 井上真一

1 はじめに

今年1年生の1クラス(37名)に対して授業をすることになった。高校入学前に継続して学習する習慣が身に付いておらず、数学が苦手な生徒が多いのだが、部活動やクラスマッチには意欲的に取り組む明るく元気なクラスである。その良さを数学の学習に生かすために、クラス全員で放物線の実験を行った。放物線を深く学んでいくと、大学で研究する内容にもつながっていくことを知るにより数学に対する興味・関心が少しでも高まるのではないかと思い、本主題を設定した。

2 研究の目標

- (1) 断面の大きな容器の下に小さな穴をあけ、水面を一定に保つとき、大気中に流出する水の軌跡が放物線になっていることに気づかせ、器具を用いて2次関数の式を求めさせる。
- (2) 高校で学習する2次関数等の数学や物理が発展して大学(工学部土木系学科)で学ぶ内容につながることを学習させる。

3 研究の内容

他のクラスとの関係もあるので、授業は夏季休業中の補習で2時間実施した。

(1) 授業の展開

ア 1時間目

クラスを6つの班に分け、容器を準備する者、穴を開ける者、実験をする者等必ず1人1役はするようにした。水面からの深さが5cm、10cmのところ直径5mmの穴を開けた。水面からの深さが5cm、10cmの穴から流出する水の軌跡がどうなるかを予想させた。

<水の軌跡の予想結果>

放物線	35人
おうぎ形	1人
円	1人

イ 2時間目

水を使用するため、場所は化学教室を使用した。各班の予想を発表させ、実験をした。穴を原点とし、いくつかの点の座標を調べ、放物線($y = -ax^2$)であることを確認した。また、深さが5cmと10cmの所で比較すると10cmの方が勢いよく流出すること、容器がどのような形であっても水面からの深さが同じであれば同じ放物線を描くことを確認し

た。

<深さ5cmと10cmの放物線の予想結果>

深さ10cmの方が勢いよく流出する	30人
同じ	4人
深さ5cmの方が勢いよく流出する	3人

残りの時間は、大学(工学部土木系学科)で学習する内容へどのように発展していくのかをできる限り発問しながら説明した。

(2) 大学(工学部土木系学科)で研究することと2次関数とのつながり

断面の大きな水槽の下に小さな穴をあけ、水槽いっぱい水を満たした状態で水面を一定に保つとき、大気中に流出する水の軌跡が放物線になっている。容器がどのような形であっても水面からの深さが一定であれば同じ放物線を描き、深さが異なれば深い方が勢いよく流出する。川之江高校から土木系学科に進学した卒業生数名に聞いてみると、このことを「水理学」で学ぶようである。流出速度 v 、水深 H として

$$v = \sqrt{2gH}$$

この式をトリチェリーの定理という。しかし、実際には水の粘性のため摩擦によるエネルギーの損失があるので、流速係数 C_v を乗じて修正する必要がある。実験によると0.96~0.99となる。

土木系学科でも大学によって扱い方が異なる。1年次前期からトリチェリーの定理やベルヌーイの定理を学ぶ大学もあれば、2年次後期からの大学もある。3年次以降にこれらの内容に関する実験を行うことは共通している。2年次までの講義では C_v を1として計算をするようである。

(3) 授業後の結果と反省

水量を安定させるために断面の大きな容器を準備させたかったのだが、ほとんどの班で1.5か2リットルのペットボトルを持ってきていた。そのため、水面が安定せず苦労した。中には「水面からの深さが10cm」として捉えるのではなく、「穴からの高さが10cm」のところで水面を保つことで実験がスムーズにできた班もあった。

穴が少し曲がっていると他の班とはかなり異なる値が出るなどデータとしては正確な値は得られなかったと思われる。



ペットボトルで実験している様子



断面積の広いお菓子の容器で実験している様子

ア アンケート結果

よくできた…5、できた…4、普通…3、あまりできていない…2、できていない…1の5段階で評価をさせた結果が以下の通りである。

- (ア) 授業の予習、宿題はしていましたか。 平均 4.1
- (イ) 先生の説明はきちんと聞いていましたか。 平均 4.3
- (ウ) 授業に意欲的に取り組めたか。 平均 4.1
- (エ) ノートをきちんととることができたか。 平均 4.5
- (オ) 授業内容はどの程度理解できましたか。 平均 3.8
- (カ) 数学に対する興味・関心が高まったのか。 平均 4.4

これまで授業の感想では、中学校までの内容が分からないので、数学の授業に対するやる気が全く起こらない等の感想を数名書いていたのだが、今回うれしかったのは、全員が全項目とも5~3をつけていたことである。

<生徒の感想>

- ・数学の授業で実験をするのは初めてだったので楽しかった。
- ・実験をして楽しかったです。短い時間だったので、あまり理解できなかったところがあるので、もう1回やってみたいと思いました。
- ・実験はちゃんとできたが、電卓を忘れたので自分で計算をするのが大変だった。水面を安定させることもう

- ・まくいかず、実験はグダグダだったが面白かった。
- ・暑い教室での実験だったので、もう少し涼しくなってから実験をやったらいいと思う。
- ・おもしろかった！
- ・大学には、もっとすごい実験装置があり、ダムをつくることに応用されていくことを知り面白かった。
- ・実験をやると楽しい。分かりやすかった。
- ・高校に入学して、班で何かをするということが初めてだったので、最後まで協力してできた。
- ・実験がうまくいかなかったので、難しい。
- ・こういう実験もたまにはいいなあと思った。
- ・けっこうおもしろかった。自分が思っていたことと違っていたので、びっくりしました。
- ・予想が当たった。楽しかったです。
- ・キャッチボールのときのボールのきせきや花に水をやるときの水のきせきが放物線であることは中学校で知っていたが、容器から出る水も放物線になるなんてびっくりした。
- ・実験をやれなかったので楽しくなかった。

4 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

生徒たちの多くは、高校で学習している2次関数（放物線）等の内容が発展して大学で学ぶ内容へつながっていくことを理解することができた。

(2) 今後の課題

私も生徒も実験をやり慣れていないので、細かく説明をし、確認をするなど準備をしっかりとっておかないと全ての班でうまくいくことは難しいことがよく分かった。しかし、全員参加の実験は何とかできたと思う。数学は計算が難しく、面白くないというイメージが少しは改善されたと思う。今回の授業は、あくまで関心・意欲・態度を刺激する授業だったので、表現・処理や数学的な見方や考え方ができるようにつなげていきたい。

《参考文献》

- ・國澤正和、福山和夫、西田秀行（2005）『絵とき水理学（改訂2版）』（オーム社出版）