

学年全体のレベルアップを図るための指導法の研究について

愛媛県立新居浜西高等学校 松浦 仁昭

1 はじめに

本校に赴任して2年目、私は昨年からの持ち上がりの2年生（理系）の担任をしている。本校の生徒は、学力及び学習意欲の高い生徒が多いが、すべての生徒が数学を得意とはしていない。1年次は6単位（数学Ⅰ 3単位、数学Ⅱ 1単位、数学A 2単位）、2年次は文系5単位（数学Ⅱ 3単位、数学B 2単位）、理系は6～7単位（数学Ⅱ 3単位、数学Ⅲ 1単位、数学B 2単位、選択科目で学校設定科目基礎数学A 1単位）で指導を行っている。国公立の難関大学を志望している生徒が多いため、取り扱う内容については標準より高い内容を取り扱っている。本校2学年の現状としては、よりレベルの高い内容を求める生徒も少なくないが、学期を追う毎に授業についていくのが難しい生徒が増えてきているのが事実である。いわゆる学力の二極化の傾向が強くなってきていると思われる。習熟度別講座を実施していないなかで、学力の二極化を改善し、来年度の大学入試を見据えて、学年全体のレベルアップを図るために本校の2学年の数学科で実施している内容を報告する。

2 研究（実践）の内容

(1) 2学年の数学科における指導の概要

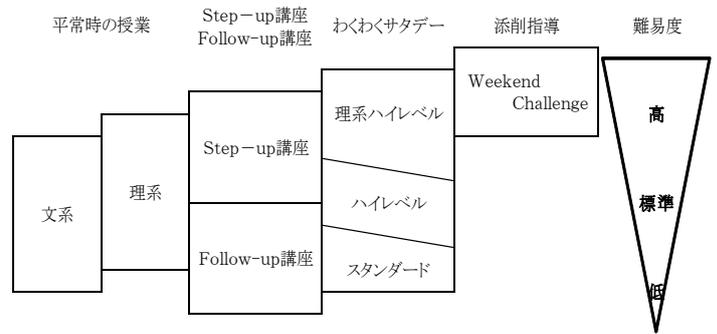
2学年の数学科における指導において、行っているのは大きく分けて次の3つである。

ア 生徒の実態に応じた早朝講座の Step-up 講座と Follow-up 講座

イ P T A 主催で希望生徒が参加する土曜講座「わくわくサタデー」

ウ 整数問題を主とした添削指導の Weekend-Challenge

授業の難易度を標準とした場合、これらの講座の難易度は以下の表（資料①）のように設定している。今回は、この中で本年度から実施している Step-up 講座と Follow-up 講座を中心に詳しく報告していく。



【資料①：本校における指導の位置付け】

(2) Step-up 講座の実施

ア 目標

難関大学などを目指す生徒を対象に授業内容から大学入試へのステップアップを目標としている。

イ 実施方法

(ア) 実施時期

平常時は、理系 2 講座、文系 1 講座を週 3 回（月・水・金の朝 30 分程度）、夏休み、冬休みの補習中にも週 3 回（補習終了後 30 分程度）実施している。

(イ) 対象生徒

問題は前日に配布し（理系は全員、文系は各クラスに 20 枚程度 資料②）、時間的に余裕のある生徒や内容に興味・関心を持っている生徒が参加している。通学や家庭の事情で参加できない生徒に対しては、個別の添削指導で実施している。

ウ 講座の内容

早期の入試対策として、模試の過去の問題や授業ではなかなか扱う機会の少ない問題（格子点・確率漸化式・正射影・整数問題など）を 1 日 1 問解説している。また、文系の講座では授業より深い内容（隣接三項間の漸化式など）を講義形式で行ったりもしている。

エ 成果と問題点

平常時には、3 講座で約 30 名程度の生徒が継続的に参加し、意欲的に取り組んでいる。格子点などの問題を取り扱ったときには、興味を持ち多

くの理系の生徒が参加した。また、模試対策の一環として実施することを事前に連絡すると、苦手分野の問題に対する経験を積むために参加する生徒も多数いる。参加している生徒の感想としては、以下の様な意見が多かった。

- ・ 模試の問題を解く回数が増えたので、模試の時に余裕を持って解くことができだした。
- ・ いろんな解法を説明してくれるので、勉強になる。
- ・ 始まる前に自分の解答を確認してくれて、アドバイスをくれるのがうれしい。
- ・ Step-up 講座に行けない時は、添削をしてくれるのが助かる。
- ・ 問題は難しいが、力がついてきていると思う。

- ・ 格子点の個数を求めるのに Σ の計算を用いるとは思わなかった。
- ・ 授業で習った後、すぐにそれに関する難問を解くことができ、より理解することができた。
- ・ 授業ではやらない内容をしてくれるので、勉強になる。

問題点としては、自由参加としていることもあり継続的に参加している生徒が予定より少ないことである。また、30分程度で解ける問題を選んでいるが各教科の通常の課題もあり、参加したい気持ちはあるが時間的な余裕ができない生徒も多い。今後、問題の精選や講座の回数などを含めて実施方法を改善する余地がある。

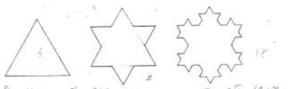
Step-up講座(理系) No. 33

⑥ 平面内に多角形が与えられたとき、その各辺に対し次の操作を施す
 (ア) 多角形の辺、それを仮に AB とすると、辺 AB を 3 等分する点 C、D をこの順に A に出い方からとり、これら 2 点を頂点とする正三角形の C、D 以外の頂点を E とし、点 A、C、E、D、B を順に線分で結んでできる折れ線により、辺 AB をおきかえる。ただし、点 E は常に多角形の外部にとるものとする。



1 辺の長さが 1 の正三角形 T_0 の各辺に対し、上の操作(ア)を施してできる多角形を T_1 、 T_1 の各辺に対し操作(ア)を施してできる多角形を T_2 、 T_2 の各辺に対し操作(ア)を施してできる多角形を T_3 、以下同様にして、多角形 T_n から多角形 T_{n+1} を作る。(下の図は左から順に、 T_0 、 T_1 、 T_2 を書いたものである。)

- (1) 多角形 T_n に含まれる辺の個数 a_n および 1 辺の長さ l_n を、それぞれ n を用いて表せ。
- (2) 多角形 T_n の面積 S_n を n を用いて表し、 $n \rightarrow \infty$ のときの極限を調べよ。
- (3) 多角形 T_n の周の長さ L_n を n を用いて表し、 $n \rightarrow \infty$ のときの極限を調べよ。



(1) $a_n = 3 \times 4^n$, $l_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$

(2) $S_n = \frac{3\sqrt{3}}{4} \left(\frac{4}{9}\right)^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{3\sqrt{3}}{5}$

(3) $L_n = 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n = \infty$

【資料②：理系 Step-up 講座のプリント】

(2) Follow-up 講座の実施

ア 目標

数学を得意とはしていない生徒を対象に、学力の向上と授業内容の理解を目標としている。

イ 実施方法

(ア) 実施時期

平常時は、理系 1 講座、文系 1 講座を週 2 回(火・木の朝 30 分程度)、夏休み、冬休みの補習中にも週 2 回(補習終了後 30 分程度)実施している。

(資料④) 考查前には、考查範囲の基本的事項の確認のための学習会を開い

ている。

(イ) 対象生徒

考查成績を基準に数学を得意としていない生徒を対象に実施している。考查ごとに対象生徒の入れ替えを行っている。また、講座を開講する前にガイダンスを開き、以下の 2 点を理解させて実施している。

a 強制的に参加させる欠点者に対する講座ではなく、基礎学力の向上と定着を図るための講座である。

b 数学に対して自信を持って取り組むことができるようにすることが目標である

ウ 講座の内容

考查直後は、考查問題の基本的内容について復習し、理解を深めさせる。授業で学習した単元について再度説明し、生徒の理解をより深めさせ、基本的な問題で反復練習を行わせることにより基礎的学力の向上に努めている。

エ 成果と問題点

生徒の中には、ガイダンスで講座を開講する意義を理解させていたが、欠点者の補習と開講当初は思い積極的に参加する生徒が多くはなかった。しかし、回を重ねるごとに積極的に参加する生徒が多くなり、少しずつではあるがその成果も表れてきている(資料③)特に、2学期の中間考查においては修学旅行および地方祭の直前ということで、例年は、得点率が5割以下の割合が10~15%であるが、本年度はFollow-up講座での指導の成果が顕著に表れていると思われる。また、考查で優秀な成績をとり、講座の対象生徒でなくなった者の中には、継続受講を申し出る者も少なくなかった。今までに受講した生徒

の感想は以下の通りである。

- 最初は嫌だったが、少しずつ問題が解けるようになった。
- 分かっていなかったところを丁寧に説明してくれるので解けるようになった。
- 1年生の時の内容も教えてくれるので助かっています。
- 高校の数学のテストで始めて平均点を超えました。
- 授業では、速すぎて無限級数と無限等比級数の違いが分からなかったが、Follow-up講座で説明を聞き、違いが分かるようになった。
- 考查前の講座は、自分が理解していない所を理解できるので考查前の集中特訓は、必ず出席します。
- Follow-up講座のおかげで、数学に対して自信を持てるようになりました。
- 同じ内容を何回もしてくれるので、だいぶん解けるようになった。

	文系 (%)	理系 (%)	学年全体
1 学期中間	13.1	10.1	11.6
1 学期期末	6.9	6.9	6.9
2 学期中間	9.3	1.8	5.7

【資料③：平均点に対しての得点率が5割以下の割合】

Follow-Up 講座 3rdセッション ~積分法(面積)~

① 次の曲線や直線で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1) $y=2x+3, y=x^2$

$$x^2 = 2x + 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad (x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1, 3$$

$$S = \int_{-1}^3 (2x+3) - (x^2) dx$$

$$= \int_{-1}^3 (-x^2 + 2x + 3) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x \right]_{-1}^3$$

$$= \left(-\frac{27}{3} + 9 + 9 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 - 3 \right)$$

$$= 4 - \frac{2}{3} + 1 + 3 = 8 + 3 - \frac{2}{3} = 11 - \frac{2}{3} = \frac{33}{3} - \frac{2}{3} = \frac{31}{3}$$

(2) $y=x^2-5x, y=2-2x^2$

$$x^2 = 5x - 2 = 2x^2$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x^2 + 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(3x-2)(x-1) = 0$$

$$x = \frac{2}{3}, 1$$

$$S = \int_{\frac{2}{3}}^1 (x^2 - 5x) - (2 - 2x^2) dx$$

$$= \int_{\frac{2}{3}}^1 (3x^2 - 5x - 2) dx$$

$$= \left[x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x \right]_{\frac{2}{3}}^1$$

$$= \left(1 - \frac{5}{2} - 2 \right) - \left(\frac{8}{27} - \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{9} - \frac{4}{3} \right)$$

$$= \left(-\frac{3}{2} \right) - \left(\frac{8}{27} - \frac{10}{9} - \frac{4}{3} \right)$$

$$= -\frac{3}{2} - \left(\frac{8}{27} - \frac{30}{27} - \frac{36}{27} \right)$$

$$= -\frac{3}{2} - \left(-\frac{58}{27} \right) = -\frac{3}{2} + \frac{58}{27} = \frac{-40.5 + 58}{27} = \frac{17.5}{27} = \frac{35}{54}$$

(3) $y=2x^2-6x+4, y=-3x^2+9x-6$

$$2x^2 - 6x + 4 = -3x^2 + 9x - 6$$

$$5x^2 - 15x + 10 = 0$$

$$5x^2 - 15x + 10 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 1, 2$$

$$S = \int_1^2 (2x^2 - 6x + 4) - (-3x^2 + 9x - 6) dx$$

$$= \int_1^2 (5x^2 - 15x + 10) dx$$

$$= \left[\frac{5}{3}x^3 - \frac{15}{2}x^2 + 10x \right]_1^2$$

$$= \left(\frac{20}{3} - \frac{15}{2} \cdot 4 + 20 \right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{15}{2} + 10 \right)$$

$$= \left(\frac{20}{3} - 30 + 20 \right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{15}{2} + 10 \right)$$

$$= \left(-\frac{10}{3} \right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{15}{2} + 10 \right)$$

$$= -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} + \frac{15}{2} - 10 = -\frac{15}{3} + \frac{15}{2} - 10 = -5 + \frac{15}{2} - 10 = -\frac{10}{2} + \frac{15}{2} - \frac{20}{2} = \frac{-15}{2} = -\frac{15}{2}$$

() HR 番名 前()

② 次の放物線とx軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1) $y=x^2-x-6$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$x = -2, 3$$

$$S = \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x \right]_{-2}^3$$

$$= \left(\frac{27}{3} - \frac{9}{2} - 18 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 2 - 12 \right)$$

$$= \left(9 - \frac{9}{2} - 18 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 10 \right)$$

$$= \left(-\frac{9}{2} - 9 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 10 \right)$$

$$= -\frac{27}{2} + 9 + \frac{8}{3} + 10 = -\frac{27}{2} + \frac{18}{2} + \frac{8}{3} + 10 = -\frac{9}{2} + \frac{8}{3} + 10 = -\frac{27}{6} + \frac{16}{6} + \frac{60}{6} = \frac{49}{6}$$

(2) $y=-x^2+3x$

$$-x^2 + 3x = 0$$

$$x(-x+3) = 0$$

$$x = 0, 3$$

$$S = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^3$$

$$= \left(-\frac{27}{3} + \frac{27}{2} \right) - 0 = -9 + \frac{27}{2} = \frac{-18 + 27}{2} = \frac{9}{2}$$

③ 曲線 $y=x^2-6x+8$ (1 ≤ x ≤ 3) とx軸、および2直線 $x=1, x=3$ で囲まれた2つの図形の面積の和を求めよ。

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x-2)(x-4) = 0$$

$$x = 2, 4$$

1 ≤ x ≤ 2 のとき $y ≥ 0$
 2 ≤ x ≤ 3 のとき $y ≤ 0$

$$S_1 = \int_1^2 (x^2 - 6x + 8) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x \right]_1^2 = \left(\frac{8}{3} - 12 + 16 \right) - \left(\frac{1}{3} - 3 + 8 \right) = \frac{8}{3} - 4 + 8 - \frac{1}{3} + 3 - 8 = \frac{7}{3} - 1 = \frac{4}{3}$$

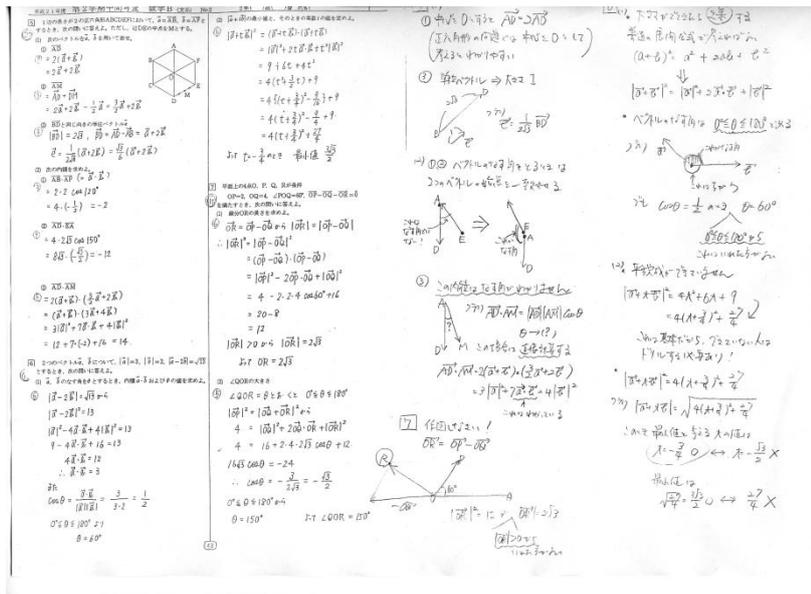
$$S_2 = \int_2^3 (6x - x^2 - 8) dx = \left[3x^2 - \frac{1}{3}x^3 - 8x \right]_2^3 = \left(27 - 9 - 24 \right) - \left(12 - \frac{8}{3} - 16 \right) = -6 - \left(-\frac{8}{3} - 4 \right) = -6 + \frac{8}{3} + 4 = -2 + \frac{8}{3} = \frac{-6 + 8}{3} = \frac{2}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

【資料④：理系Follow-up講座のプリント】

(4) 採点者の目から見た模範解答の作成について
 Step-up 講座および Follow-up 講座については、1 学期から実施しているが、最後に 2 学期から実施している内容について報告する。考査や模試などにおいて同じ内容を出題しても、解く生徒によって誤答の形は変化してくる。そこで、2 学期から生徒に配布する模範解答に、採点者がコメントを解答用紙 1 枚に対して B 4 用紙 1 枚の割合で記入している(資料⑤)。文系の生徒に対しては、公式の確認や

基本的事項の確認、問題を解くための考え方などを記入している。理系の生徒に対しては、公式や基本的事項だけでなく、数学Ⅲや数学 C につながるような発展的な考え方を記入している。採点した後に、担当者が分析を行って作成するので返却が 1 日程度伸びてしまうことがあるが、訂正ノートを作成したり、問題を解き直したりするときに以前より理解しやすくなったという意見を多くの生徒から聞くことができた。



【資料⑤】：採点者のコメントを記入した模範解答】

3 まとめ

今回の研究内容(実践報告)については、私一人では、できなかったことであり、数学科の他の先生方との指導に対する思いを意見交換する中で生み出された者がある。また、その教員の想いを本校の生徒が感じ、実践してくれたからこそ成果が生まれてきている。生徒の感想や考査における欠点者の割合の推移からも、Step-up 講座及び Follow-up 講座は学年全体のレベルアップを助ける役割を果たしている。しかし、まだ短期間での研究であるので、長期的に考えたときに現在の問題点を改善していかない限り、更なるレベルアップは難しいと考える。学年全体の更なるレベルアップを図るための有効的な指導法を今後も他の先生方と共に研究していきたいと思う。