

教具を用いた数学の指導法について

愛媛県立川之石高等学校 小池 長八郎

1 はじめに

今年は1年生のクラスを中心に授業をすることになった。習熟度の高いクラスを受け持っているが、教科書の図形、特に立体のイメージ化が弱い生徒も少なくない。そこで、教科書の図を自分が使いやすいように変換するのが苦手な生徒に対して、いろいろなアプローチの仕方を考察してみたいと思い、本主題を設定した。

2 研究内容

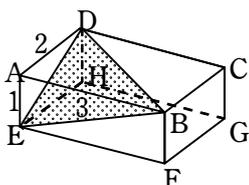
① 直方体の切り口の面積

右の図のように、

$$AB=3, AD=2, AE=1$$

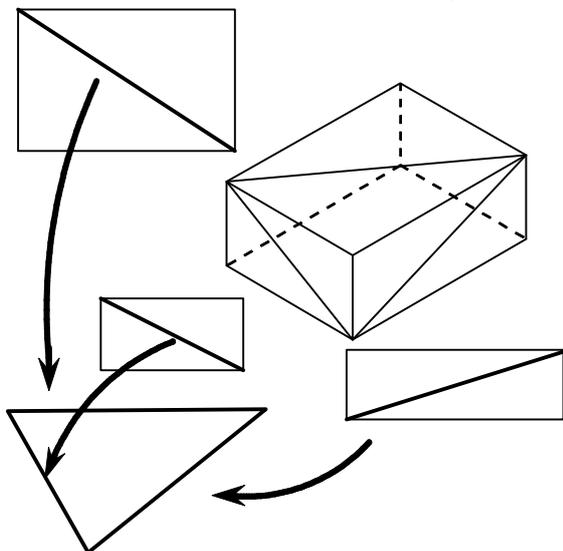
である直方体 $ABCD-EFGH$ がある。

- (1) $\cos \angle BED$ の値を求めよ。
- (2) $\triangle BDE$ の面積を求めよ。



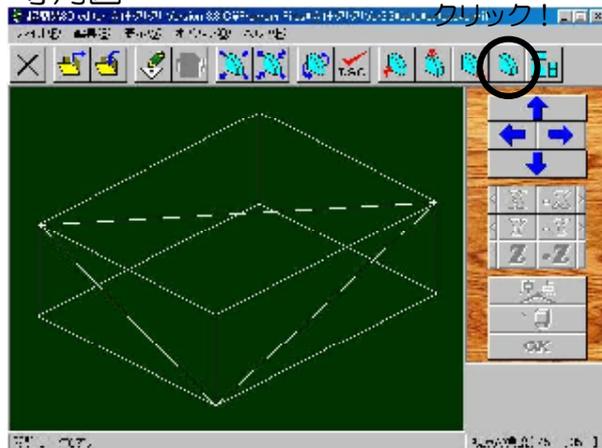
(数研出版 改訂版 新編 数学 I 練習29)

非常に典型的な問題であるが、イメージ化が弱い生徒には拒否反応が出てしまう。そこで、教科書の図だけでなく、見方を変えた図や三面図などを利用するなど、いろいろなイメージの提供が必要となる。授業ではとにかく計算で用いる図形はかかせるよう指導した。

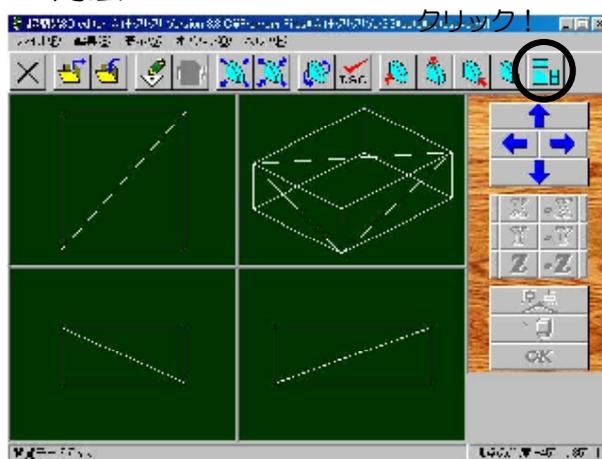


また、コンピュータを用いた視覚的な授業も効果的である。

等角図



三角法

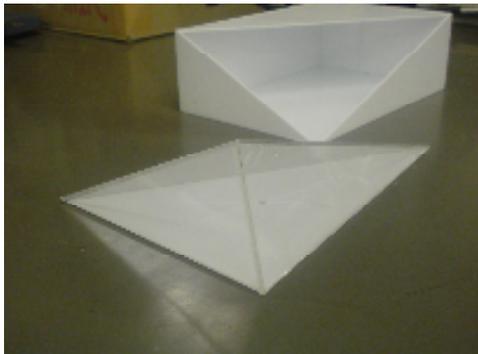
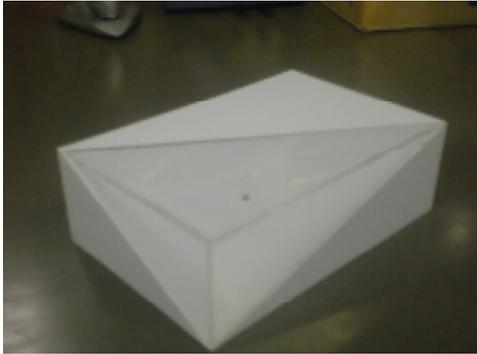


上の図は、フリーソフトである「超簡易3D editor 立体グリグリ」のものである。中学校技術・高校工業向けのソフトであるが、ワイヤーフレーム表示の立体の作成ができ、さまざまな角度から見るができる。さらに、等角図や三角法による正投影図の表示も可能である。

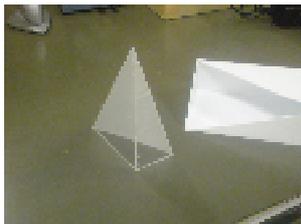
しかし、「百聞は一見にしかず」とのことばがあるように、立体や図形を実際に見たり、手にとったりすることができる、さらに図形のイメージ化の度合いが変わってくる。

そこで、今回は紙ではなくプラスチック（プラ板）を用いて、教具の作成にとりかかるとした。

プラ板のよい点はまず、紙に比べて強度があるため、多少乱雑に扱っても大丈夫であり、一度作ってしまえばしばらくそのまま使用することができることである。また、透明なプラ板を使うことで、立体の内部を提示することができることである。これは他の材料ではできない最大の利点であると思う。



置き方を変えることにより、どこを底面高さで見ればよいか確認できる

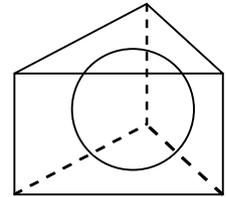


前述の問題の直方体をプラ板で作成したものである。透明プラ板を利用することで、切り口を実際に見ることが可能である。2つに分割することができ、切り口と頂点との距離を求める問題など、四面体の体積を使う問題にも対応できる。

三角比に限らず、この直方体はベクトルでも空間図形の指導の際に利用することができると思ひ、切り口の三角形の重心の位置には穴を開けている。

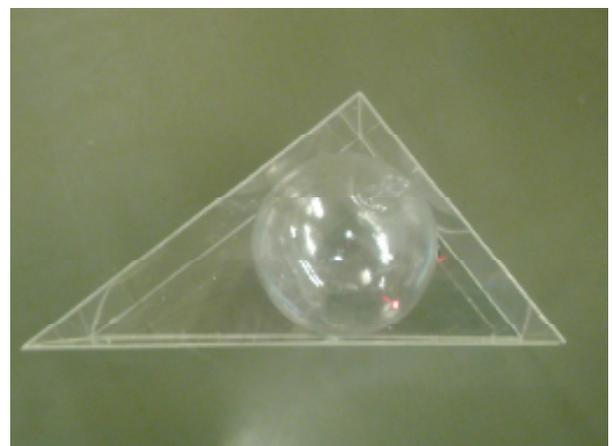
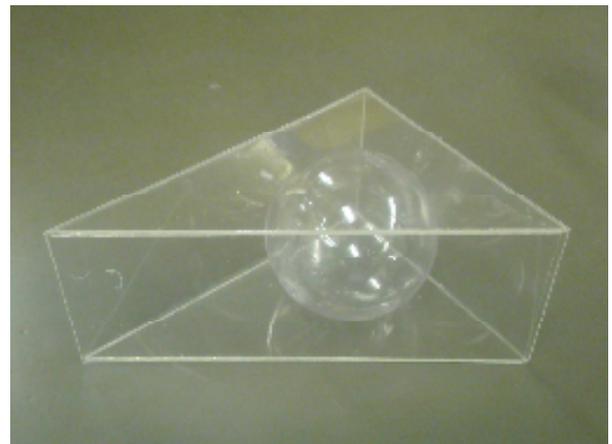
② 三角柱に内接する球

三角柱に、直径が三角柱の高さに等しい球が内接している。三角柱の底面は、3辺の長さが3, 4, 5の直角三角形である。三角柱の表面積を S_1 、球の表面積を S_2 とすると、 $S_1 : S_2$ を求めよ。



(数研出版 改訂版 新編 数学 I 応用例題7)

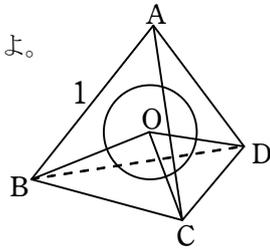
この問題は、球の半径をどのように導くかがポイントとなる。その際、球の中心を通り、底面に平行な平面で切り取ると、直角三角形に円が内接していることが分かる。このとき、なぜ、球の中心を通る平面でないといけないのか、これは当然、他の面でスライスすると円が接していないからであるが、実物を提示することで確認することができ、理解を深めることにつながった。



③ 正四面体に内接する球

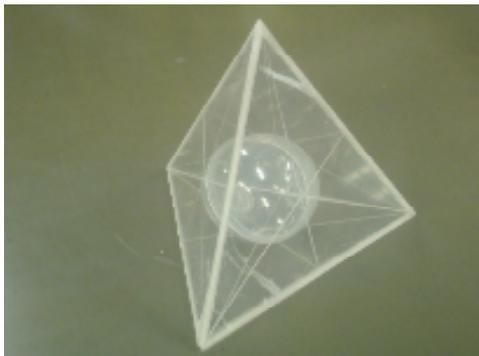
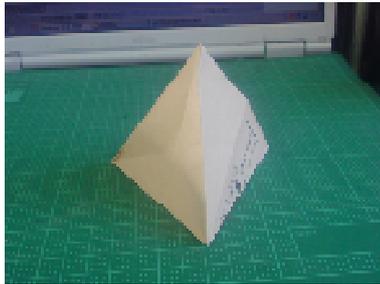
1辺の長さが1の正四面体 $ABCD$ に内接する球の中心を O とする。

- (1) 四面体 $OBCD$ の体積 V を求めよ。
- (2) 球の半径 r を求めよ。
- (3) 球の表面積と体積を求めよ。



(数研出版 改訂版 新編 数学 I 章末問題 B11)

この問題は、空間認識が難しい問題の1つである。断面図を考える際に、三角形の形状や球の内接の仕方などが見えづらく、1つの正四面体が(1)の四面体に4分割できることはなかなか理解しにくい。そこで実際に提示することで、理解につながるのではないかと思う。また導入として、封筒で正四面体を作成し、生徒たちに紹介した。



真正面から見た図
各面の正三角形の
重心で接している
ことがわかる



3 まとめと今後の課題

実物を用いての授業は、図形問題を苦手とする生徒、特に立体をイメージしにくい生徒に対してよい刺激になった。作図することの大切さを伝えるとともに、問題文にある図を、頭の中で立体として捉え、自分が使いやすいように変換できることにつながればなによりである。今回は、教科書にある問題を中心に実物の作成に取り組んだが、大学入試問題など拡張して、ものづくりに励みたい。

課題としては時間に追われ、作品がやや雑になってしまい、断面図を見せることができなかったことである。計画的にじっくりと作品を手がけるとともに様々な指導法について研究していきたい。