

中学校における指導を発展させた指導法の研究 一式の展開一

愛媛県立川之江高等学校 井上真一

1 はじめに

本校の第1学年は8クラスあり、習熟度別クラス編成をしている。習熟度の高い方から順にⅠ型が1クラス、Ⅱ型が2クラス、Ⅲ型が5クラスある。今年はⅡ型のホームルーム担任をすることになった。クラス全体としては数学に対して真面目に取り組んでいるのだが、中学校までに苦手意識を持っており、やや消極的な生徒もいる。そのような生徒に対し、中学校で学習した内容を発展させ、それを高校の学習に丁寧につなげていくことにより、少しでも楽しく数学を学ぶことができるのではないかと思ひ、本主題を設定した。

2 研究の目標

- (1) 中学校（3年）における数学の学習内容について調べる。
- (2) 中学校で学習する「式の展開」を発展させ、高校で学習する「式の展開」が中学校の学習内容とつながっていることを学習させる。

3 中学校で3年生が使用している教科書

私が担任をしているクラス40名について調べた。四国中央市の中学校は、『中学校数学3』（学校図書株式会社）を、香川県にある豊浜中学校は、『中学数学3』（大阪書籍株式会社）を使用していたことが分かった。

(1) 教科書の内容

ア 『中学校数学3』（学校図書株式会社）

1章 式の計算

①多項式の乗法

②因数分解

1章のまとめと問題

2章 平方根

①平方根

②平方根の計算

2章のまとめと問題

3章 2次方程式

①2次方程式の解き方

②2次方程式の利用

3章のまとめと問題

4章 2乗に比例する関数

①関数 $y = ax^2$

4章のまとめと問題

5章 相似な図形

①相似な図形

②相似の応用

5章のまとめと問題

6章 三平方の定理

①三平方の定理

②三平方の定理の応用

6章のまとめと問題

イ 『中学数学3』（大阪書籍株式会社）

1章 式の計算

1 式の展開

◎図で見る乗法公式

2 因数分解

◎便利な計算方法

3 素因数分解

◎素数の見つけ方

◇1章のたしかめ

2章 平方根

1 平方根

2 平方根の計算

◎√の起源

◎どこまでも続く小数

◇2章のたしかめ

3章 2次方程式

1 2次方程式の解き方

◇3章のたしかめ

4章 関数 $y = ax^2$

1 関数 $y = ax^2$

2 関数 $y = ax^2$ のグラフ

◎放物線

◇4章のたしかめ

5章 図形の相似

1 相似な図形

◎記号 \sim の起源

◎ピラミッドの高さを測る

2 平行線と線分の比

◇5章のたしかめ

6章 三平方の定理

1 三平方の定理

2 三平方の定理の利用

◎和算

◇6章のたしかめ

(2) 中学校における教科書の扱い方

書き込み式の問題はそのまま教科書に書き込ませるなど、教科書をフルに利用する学校もあれば、教

科書は必要ときだけ使い、プリント学習を中心に
行っている学校もあった。同じ学校でも学年によっ
て違いがあるようである。

4 研究の内容

数学Aの二項定理を学習した後の授業を1時間利用
し、以下の内容について厚紙を使って模型を作り、直観
的に確認した。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc$$

(1) 授業の展開

ア 中学校で学習した乗法公式と高校で学習する公式
は同じものであることを確認する。

平方の公式

次の□にあてはまる文字や式を書き入れま
しょう。

$$(x+a)^2 = (x+a)(x+a)$$

$$= x^2 + \square x + \square x + a^2$$

$$= x^2 + \square x + a^2$$

問2 ? にならって、 $(x-a)^2$ を展開しなさい。

平方の公式

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \text{ (和の平方)}$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2 \text{ (差の平方)}$$

『中学校数学3』(学校図書株式会社)

図で見る乗法公式

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

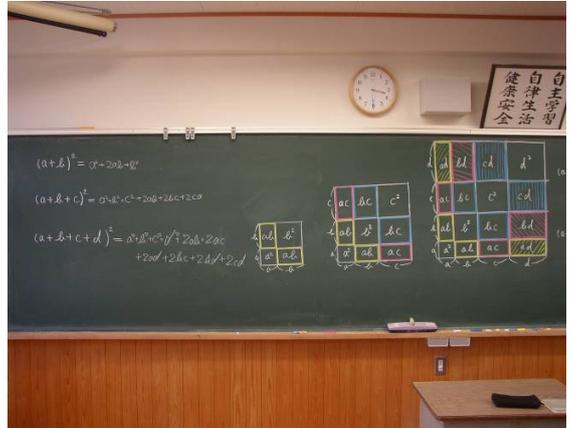
$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

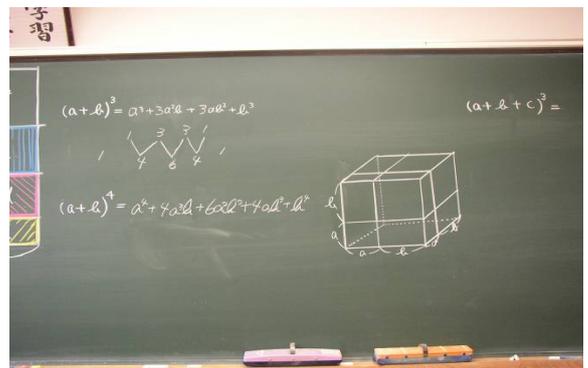
『中学数学3』(大阪書籍株式会社)

<中学校> $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
 \Downarrow xをaに、aをbにおきかえる
 <高校> $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

イ $a=3\text{ cm}$ 、 $b=5\text{ cm}$ 、 $c=7\text{ cm}$ 、 $d=9\text{ cm}$
 として、 $(a+b)^2$ 、 $(a+b+c)^2$ 、 $(a+b+c+d)^2$
 の展開が図で見るとどうなっているのかを、
 ノートに書いて確認をする。



ウ パスカルの三角形や二項定理を利用し、 $(a+b)^2$ 、 $(a+b)^3$ 、 $(a+b)^4$ を展開し、2乗は長
 方形の面積で、3乗は直方体の体積になっていることを
 確認する。



エ クラスを5人ずつの8班に分け、 $a=3\text{ cm}$ 、 $b=5\text{ cm}$ 、 $c=7\text{ cm}$ として、 $(a+b)^3$ 、 $(a+b+c)^3$
 の展開の結果が厚紙で作った模型では実際
 にどうなっているのかを確認をする。



班で分担して直方体を作
成。

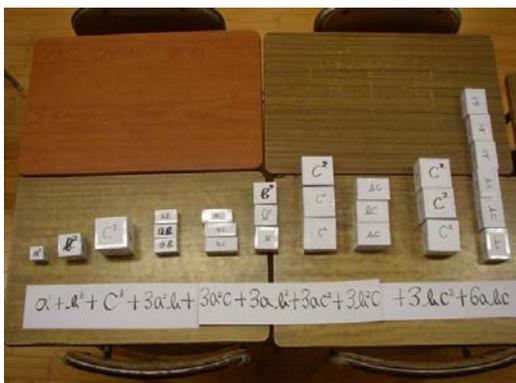


$(a+b)^3$ の模型までは
 1時間で作成可能。 $(a+b+c)^3$ の模型は1時間では
 完成せず、後日興味を持って
 いる生徒達により完成。

< $(a + b)^3$ の模型 >



< $(a + b + c)^3$ の模型 >



(2) 授業後の結果と反省

$(a + b)^3$ の模型までは、どの班も順調に作成できると思っていた。しかし、最初に班で打ち合わせをしないで作り始めた班は、同じ直方体を何個も作るなどかなり時間がかかってしまった。今回の内容は、2、3時間はかかるものであったので、事前に計画を立てて時間の確保ができればよかった。また、今回は数学Aの二項定理の学習後に実施したが、数学Iの式の計算を学習した後に実施した方が目標に即していたと思う。

<生徒の感想>

- ・普段学校で習っている数学の公式を厚紙で実際に作ってみると、ちゃんと公式通りに数が合っていることに感動しました。
- ・今回、公式の模型を作ってみて一つの公式からこんなにたくさんの箱ができるとは思っていなかったのが正直驚きました。公式は暗記して何気なく使っているけど、今回のような体験は初めての体験だったので、楽しかったです。
- ・図形を作るのは大変だったけど、楽しかったです。式を見てもまいちよく分からなかったけど、実際に図形を作ってみるとよく分かりました。式はこんな風に来たんだと知ることができてよかったです。

5 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

中学で学習した内容と関連させて模型を作ることにより、直観的に展開の公式を理解することができた。ものを作ることが好きな生徒が多く、小・中学校でもそういう活動を通して楽しく学習してきているようである。

また、模型を作る過程において、直方体の展開図を試行錯誤しながら頭を使ってよく考えていた。

(2) 今後の課題

今回は式の展開について研究してみたのだが、クラス全員にさせようと思うと事前の準備に時間がかかる。しかし、生徒達の反応は非常によかった。時間がかかって中学校から高校の内容へスムーズに発展させ、高校の数学も楽しく学んでもらいたいと思っているので、できる限り生徒が活動する場を設けていきたい。

《参考文献》

- ・一松信、岡田禎雄、町田彰一郎ほか 29名『中学校数学3』
学校図書株式会社発行（平成17年検定済）
- ・重松敬一ほか 25名『中学数学3』
大阪書籍株式会社（平成17年検定済）
- ・大矢雅則、岡部恒治ほか 13名『改訂版新編数学I』
数研出版株式会社（平成18年検定済）
- ・大矢雅則、岡部恒治ほか 13名『改訂版新編数学A』
数研出版株式会社（平成18年検定済）