

数学へのやさしいアプローチについて（例8）

愛媛県立松山北高等学校

田 中

徹

1 はじめに

3年前から転勤で進学校に勤務しているが、学習意欲の高い生徒が多く、数学の学習に対する意識も強い。しかし、中学校時代では数学は不得意ではなかったのに、高校生になってから中学校より速い授業の進度や内容の難しさから、苦手になりつつある生徒も多い。ある先輩の先生方から、「数学ができないと言われると、バカにされた気がする」という生徒の話聞いたことがある。学習に対するプライドの高い生徒に対して、数学が苦手になるということは自分で自分を嫌いになることになりかねない。

そこで、「どのように楽しく、分かりやすく、数学を生徒に学習させていくのかは、数学教員の大きな責任である」と常に感じている私にとって、生徒たちが数学を嫌にならない教科指導方法を研究し、さらに大学入試問題等の応用問題にも対応できる学力向上の源を生徒に築きたい。ゆえに、昨年に引き続き、この主題を設定した。

2 研究内容

本年度は、テーマが「大学入試問題」と指定された教研大会の勤務校発表者になっている。さらに、今年は1学年担当ということもあって、大学入試と関係する分野は数学Aの「場合の数・確率」しかない。そこで、事例は「場合の数・確率」の大学入試問題にした。詳細は教研大会でやることにして、ここでは1年生でもトライできる入試問題を通して、生徒たちに実験的に確かめてみることにした。そのとき、グループ学習を取り入れてみた。これは、10月の「小学校・中学校・高等学校 算数・数学科連絡協議会（垣生中学校）」に参加したとき、グループ学習の研究授業が行われており、新学習指導要領にも含まれているので、自分の授業研究のために実験的に行うことにした。やはり、数学の得意な生徒が2名以上いるグループは活発に話し合いをし、議論を交わしていた。そのときに提示した大学入試問題・解答と生徒の解答は以下の通りである。

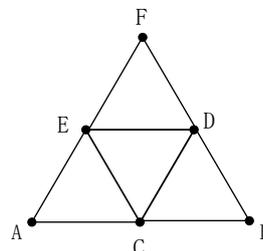
2009 岐阜大学（前期：理系）

右図のように6つの点を線分で結んだ図形の点Aにコマを置き、次のルールで線分にそってコマを動かすことを考える。

- ・ 1回の操作で隣接する点にコマを動かす。
ただし、点Aおよび一度通った点へは動かせない。
- ・ 各操作における移動先の点は、移動可能な点の中から等しい確率で選ぶものとする。
- ・ 以上の操作を繰り返し、コマが点Bに達するか移動できる点がなくなったところで操作を終了する。

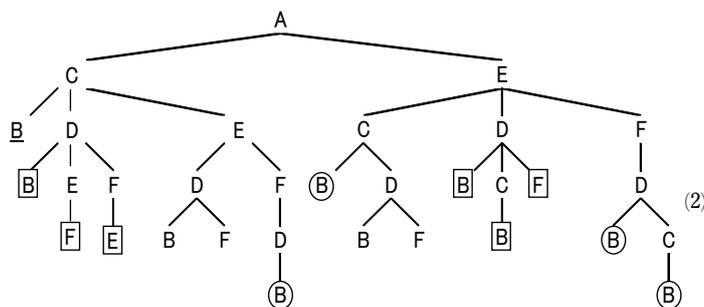
以下の問に答えよ。

- (1) コマが点Bに達する確率を求めよ。
- (2) 操作が終了するまでの移動回数の期待値を求めよ。



図のようにおく。

コマの移動経路は下記の樹形図で表される。



B までの確率は $\frac{1}{6}$

Ⓐ までの確率は $\frac{1}{12}$

Ⓑ までの確率は $\frac{1}{18}$

B までの確率は $\frac{1}{24}$

樹形図より $\frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{12} + 3 \times \frac{1}{18} + 2 \times \frac{1}{24} = \frac{3}{4}$ 回

移動回数	2	3	4	5
確率	$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$	$\frac{1}{12} + \frac{1}{18} \times 3 = \frac{3}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12} \times 2 = \frac{2}{12}$

表より（計算：略） $\frac{43}{12}$ 回 回

2007 九州大学 (前期:理系)

さいころを3回続けて投げて出た目を順に a, b, c とする。

これらの数 a, b, c に対して2次方程式 (*) $ax^2+bx+c=0$ を考える。

ただし、さいころはどの目も同様に確からしく出るものとする。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2次方程式(*)が異なる二つの実数の解をもつとき、積 ac の取りうる値を求め、積 ac の各値ごとに可能な a と c の組 (a, c) がそれぞれ何通りあるかを求めよ。
- (2) 2次方程式(*)が異なる二つの有理数の解をもつ確率を求めよ。
ただし、一般に自然数 n が自然数の2乗でなければ \sqrt{n} は無理数であることを用いてよい。

- (1) (*) の判別式 $D=b^2-4ac>0 \rightarrow b^2>4ac \geq 4$ だから、
 $b=3, 4, 5, 6$

$b=3$ のとき、 $\frac{9}{4}>ac \geq 1$ だから、 $ac=1, 2$

$b=4$ のとき、 $4>ac \geq 1$ だから、 $ac=1, 2, 3$

$b=5$ のとき、 $\frac{25}{4}>ac \geq 1$ だから、 $ac=1, 2, 3, 4, 5, 6$

$b=6$ のとき、 $9>ac \geq 1$ だから、 $ac=1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$

$\therefore ac=1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ の7通り

次に、

$ac=1$ のとき、 $(a, c)=(1, 1)$ の1通り

$ac=2$ のとき、 $(a, c)=(1, 2), (2, 1)$ の2通り

$ac=3$ のとき、 $(a, c)=(1, 3), (3, 1)$ の2通り

$ac=4$ のとき、 $(a, c)=(1, 4), (2, 2), (4, 1)$ の3通り

$ac=5$ のとき、 $(a, c)=(1, 5), (5, 1)$ の2通り

$ac=6$ のとき、 $(a, c)=(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ の4通り

$ac=8$ のとき、 $(a, c)=(2, 4), (4, 2)$ の2通り

- (2) $D=b^2-4ac$ が正の平方数のときだから、

$\downarrow ac \ b \rightarrow$	3	4	5	6
1	5	12	21	32
2	①	8	17	28
3	×	④	13	24
4	×	×	⑨	20
5	×	×	5	⑩
6	×	×	①	12
8	×	×	×	④

$(b, ac)=(3, 2), (4, 3), (5, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 8)$ が適する。

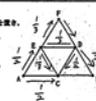
求める確率は

$$\frac{2+2+3+4+2+2}{6^3} = \frac{5}{72} \quad \text{答}$$

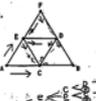
2014 確立本学 (国語: 国語)
 問題のように3つの点を結んで結成図の点Aにコマを置く。
 図のルールで自由にコマを動かすことを考える。
 1. 1回の操作で移動する点にコマを動かす。
 ただし、点Aおよび一度置かれた点へは動かさない。
 各操作における移動先の点B、移動可能な点のうちから
 等しい確率で選ぶものとする。
 以上の操作を繰り返して、コマが点Aに帰るまで
 移動できる点がいなくなったところで操作を終了する。
 以下の問いに答えよ。
 ① コマが点Aに帰るまでの期待値を求めよ。
 ② 操作が終了するまでの移動回数の期待値を求めよ。



2014 確立本学 (国語: 国語)
 問題のように3つの点を結んで結成図の点Aにコマを置く。
 図のルールで自由にコマを動かすことを考える。
 1. 1回の操作で移動する点にコマを動かす。
 ただし、点Aおよび一度置かれた点へは動かさない。
 各操作における移動先の点B、移動可能な点のうちから
 等しい確率で選ぶものとする。
 以上の操作を繰り返して、コマが点Aに帰るまで
 移動できる点がいなくなったところで操作を終了する。
 以下の問いに答えよ。
 ① コマが点Aに帰るまでの期待値を求めよ。
 ② 操作が終了するまでの移動回数の期待値を求めよ。



2014 確立本学 (国語: 国語)
 問題のように3つの点を結んで結成図の点Aにコマを置く。
 図のルールで自由にコマを動かすことを考える。
 1. 1回の操作で移動する点にコマを動かす。
 ただし、点Aおよび一度置かれた点へは動かさない。
 各操作における移動先の点B、移動可能な点のうちから
 等しい確率で選ぶものとする。
 以上の操作を繰り返して、コマが点Aに帰るまで
 移動できる点がいなくなったところで操作を終了する。
 以下の問いに答えよ。
 ① コマが点Aに帰るまでの期待値を求めよ。
 ② 操作が終了するまでの移動回数の期待値を求めよ。



3 まとめと今後の課題

授業で見たことのない試行の問題ということもあつたか、生徒の反応は上々であつた。生徒の解答例は樹形図の問題だけを載せているが、試行がさいころの問題においても表を描いて考えていた。そして、場合の数・確率の問題では“具体的に”考えるということの大切さを再確認することができたと思う。最初の一步は進んだが、これからも数学の応用力につながる学習能力を身に付けさせる指導に努めていきたい。

また、生徒にとって、数学の授業内容は点数を採るためのものであり、まだまだ私の努力不足のため、本当に数学を楽しく学習させているとはいえない。少しでも生徒に数学への興味と探求心を高めて、学習をサポートするとともに、難問にもチャレンジしようとする姿勢を持たせる、実りのある数学の授業ができるように精進し続けていきたい。