

教具を用いた数学の指導法について (その2)

愛媛県立川之石高等学校 小池 長八郎

1 はじめに

本校は総合学科の学校である。1年次では、数学Ⅰ（3単位）、数学A（2単位）を習熟度別に講座を設けて学習する。私は昨年からの持ち上がりで、数学Ⅱ、Bを担当することとなった。受講者は四大進学を考えている生徒が中心で、たいへんまじめに取り組むことができるが、数学が苦手である生徒もいる。「極限值」が数学Ⅱで初めて登場するが、「 h が限りなく0に近づく」などといった発想はなかなか定着しにくい。また、数学を得意とする理系の生徒に対しても、数学Ⅲで数列や関数の極限を学習するため、「極限」の概念は非常に重要である。そこで、平均変化率と微分係数、そして微分法の指導法について、いろいろなアプローチの仕方を考察してみたいと思い、本主題を設定した。

2 研究目標

(1) 平均変化率と微分係数

平均変化率が2点を通る線分の傾きであることに気づかせ、その極限である関数の変化率、すなわち微分係数がグラフ上の点における接線の傾きであることを理解させる。

(2) 関数の増減、グラフ

導関数を利用して、グラフ上の点における接線の傾きから関数の値の変化の様子を調べる。また、関数の増減や極値から、グラフの概形について考察する。

3 研究内容

(1) 平均変化率と微分係数

x の変化量 h の値を少しずつ小さくしていくと、点Bは曲線 $y=f(x)$ 上を移動しながら点Aに近づき、直線ABの傾きも変化していく。その変化の様子をパラパラ漫画を用いて説明した。生徒自身がパラパラ漫画の作成を通じて、平均変化率と微分係数の関係を体験することができる教材であると思う。難点としては時間がかかることと、手作りのため直線がスムーズに変化しない場合が起こることである。

平均変化率

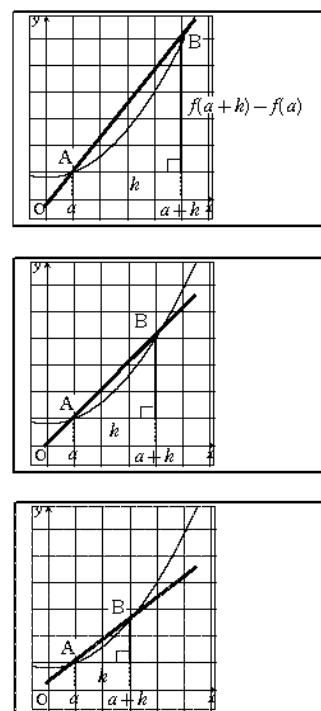
$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
 ……ABの傾き

$h \rightarrow 0$
 BはAに近づく

微分係数 $f'(a)$

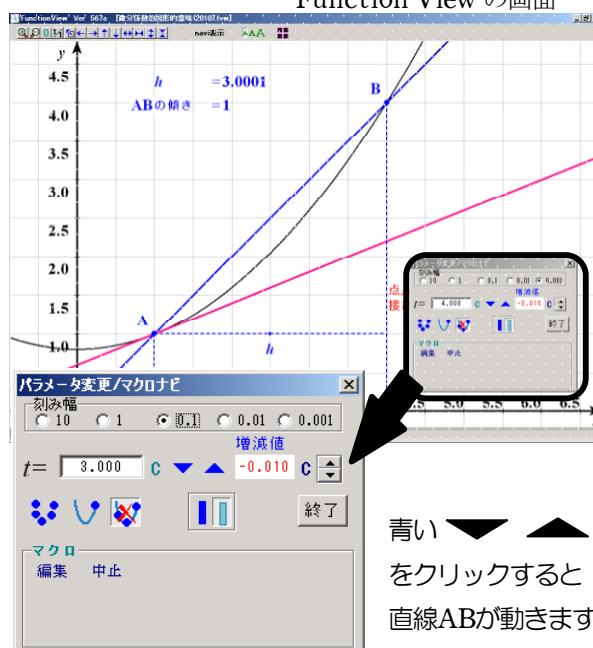
$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
 ……??

パラパラ漫画

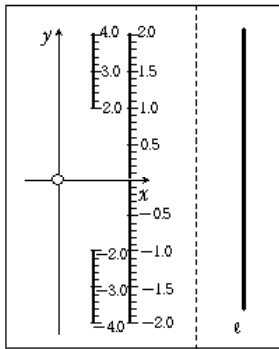


また、コンピュータも利用すると、2点を通る直線の傾きが、接線の傾きに限りなく近づいていくことが数値からも確認できるので効果的である。

Function View の画面

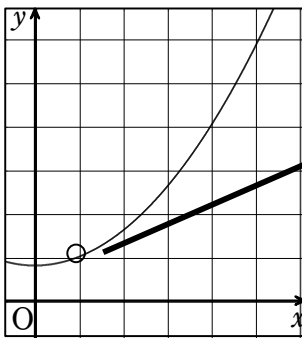


微分係数と導関数を結びつけて指導する際、眼に見える形で示すことで導関数の理解につながり、後に関数の増減やグラフの作成に結びやすくなる。そこで何かよい方法はないか調べていたとき、見つけたのがマーゴの部屋 (MARGo's room) で紹介されていた「微分定規」である。

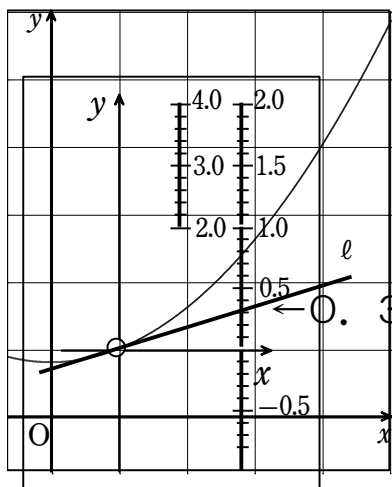


← 微分定規
OHPシートに
コピーして作成
サイズはA7程度
点線で切り離して
使います

曲線のグラフを非常に狭い範囲で拡大すると、その一部分は直線と見ることができる。微分定規は、この直線 (実は接線) の傾きを測る道具である。



拡大すると
直線に見える



中央にグラフが
見えるように
微分定規を重ねる

次に、黒丸の中
に見えるグラフ
の一部を直線と
見て傾きを計測。

(参考: マーゴの部屋 (MARGo's room))

<http://www.hcn.zaq.ne.jp/robegorge>

微分定規で傾きを読む練習をすると、傾きの正負からグラフの右上がり・右下がり、そして増表減へとつながり、グラフをかくときのイメージが身につく。

また、微分定規で読み取った値をもとにしてグラフを作らせても面白いかもしれない。微分定規はほかにも使い道がありそうなので、有効な活用法も検討していきたい。

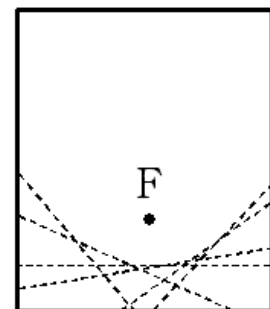
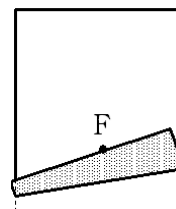
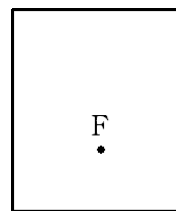
(2) 関数の増減、グラフ

関数の増減を導関数で調べることを指導する際、非常に狭い範囲では接線でグラフを近似してよいという本質的な考え方をきちんと理解させておく必要がある。

「折り紙でできる2次曲線」や大道芸のひとつである「南京玉すだれ」は、導入として接線の傾きの変化からグラフの概形のイメージにつなげる生徒の興味を引く教具である。

長方形の底辺がFを通る

ように折り、また元に戻す
少しずつずらしながら折り目
をたくさんつけていくと…



3 研究のまとめと今後の課題

今回は作業を通じて、興味・関心を持ちながら微分法について理解を深めることができ、生徒主体となる授業が展開できたと思う。教具を用いての授業は、生徒たちの興味・関心を引くことができる。しかし、なぜその教具を用いるのか、目的や生徒の実態に合わせて教具の工夫をしていく必要がある。教具を使う以上、「見せて終わり」とならないよう、常に気をつけねばならない。

微分法について、いろいろな教材を用いてアプローチしたが、まだほかにもよい方法があるかも知れない。また、ほかの単元についても深く掘り下げて、更なる研究に励みたいと思う。