

三角比を含む不等式の指導法

愛媛県立今治東中等教育学校 増田 稚子

1 はじめに

数学Ⅰの「図形と計量」では、「三角比」と「図形の計量」を学習する。数学Ⅰでの三角比は、図形の計量を目的としたものであり、関数としての扱いではない。しかし、 θ を鋭角から鈍角に拡張する際、数学Ⅱの「三角関数」での学習を想定し、発展的な内容として教科書に記載されていない内容や問題を指導する場面がいくつかある。

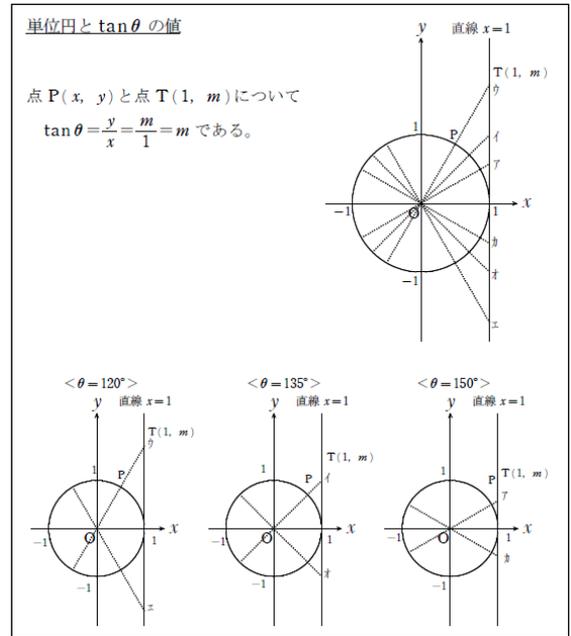
「三角比を含む不等式」は、学習指導要領では、数学Ⅰの範囲には含まれないが、数学Ⅰにおいて、三角比の値から θ を求める問題を指導するとき、方程式から不等式へと考えを応用させることで図を用いて考えることの利点を理解させるとともに、数学Ⅱでの三角関数の導入に生かしていきたいと考え、この主題を設定した。

2 研究の目標

- (1) 三角比を含む方程式の指導をする際、三角比の値を暗記することで解くだけでなく、半径1の半円上に点をとって θ の値を求めることもできるようにする。
- (2) 視覚的に理解しやすいワークシートや教具を作成し、利用する。
- (3) 図を用いて考えることの利点を理解させ、三角比を含む不等式を解くことができようにする。

3 研究の内容

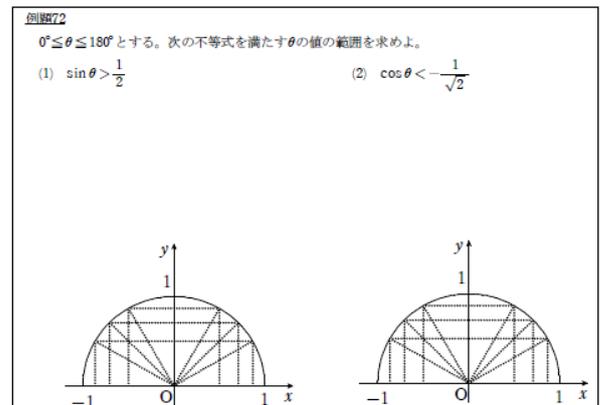
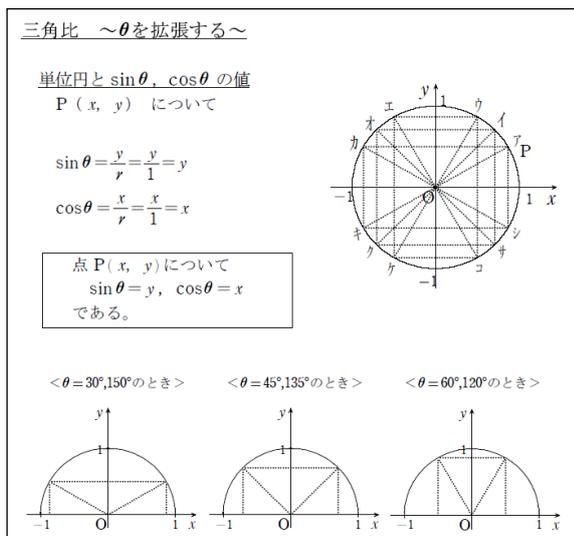
- (1) 鈍角に拡張させて、三角比の値を求める。
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲にある θ の三角比を求める。半径2または半径 $\sqrt{2}$ の半円を用いて三角比の値の求め方を説明する。その後、次のワークシートを用いて半径1の半円を用いて三角比の値を求めさせる。



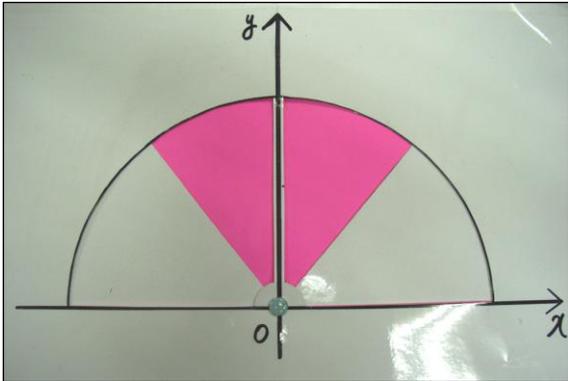
注意した点は、 x と y の値を、三角比のできるだけ正確な値がとれるようにすることである。 x 軸となす角度 θ を定め、原点とを結んだ直線が半円上と交わる点を P とし、 P の座標の位置を視覚で理解させることを繰り返す。そうすることで、 30° 、 45° 、 60° といった代表的な三角比の値の近似値が、 x 軸と y 軸の位置で大まかに理解できる。

- (2) 三角比を含む不等式を解く。

代表的な $\sin \theta$ や $\cos \theta$ の値を、次のようなワークシートを使い、できるだけ正確にとれるようにした。

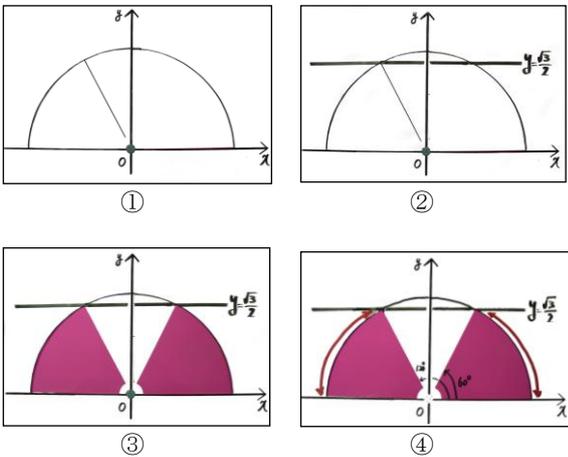


不等式を満たす範囲を示すとき、範囲を色の変化で視覚的に理解できるようにしたいと考えた。扇子を開くように、範囲の変化を動きとして見るのができれば、図を用いて考える利点が理解できるのではないかと考えたからである。

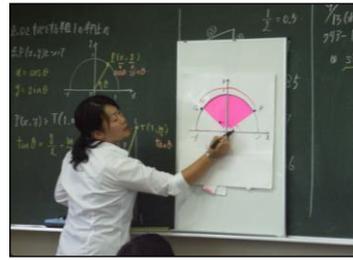


これは、中に3枚の扇形のパーツがあり、回転させることができる。パーツを回すことで、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲を表すことができる。また、条件などを図に書き込むことも考え、ホワイトボードのシートを使用した。

三角比を含む不等式を指導する上で、特に注意が必要なのが、不等式を満たす範囲が2カ所に存在する場合である。次の写真は、「 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。」を説明する際の手順を①～④で示したものである。



不等式を満たす範囲がひとつではないことが理解できたようで、多くの生徒が興味深く説明を聞き、納得した様子を見せていた。演習問題を解く様子を見てみると、問題を解く手がかりのひとつとして、図を上手く利用できるようになった生徒が増えていた。



<実際の授業風景>

4 研究の成果と今後の課題

授業の後、教具に関心を示した生徒が近寄ってきて、実際に動かしてみたいと言ってきた。生徒の思うように使わせていると、生徒同士が問題を出し合い始めた。中には、1人が教具を使って範囲を示し、もう1人がそれを範囲とする式を答えるといった場面が見られた。自然と逆の思考をしている様子に驚くと同時に、生徒の柔軟なものとのらえ方に頼もしく感じた。

図形と計量を指導していて感じることのひとつに、図をかくことが苦手な生徒が多いことである。条件に合う図をイメージできるようにしたいと考え、今回、視覚的に理解しやすいワークシートや教具の作成を意識した。多くの生徒が興味深く授業に取り組んでいた。

今後は、数学Ⅱの三角関数を学ぶ際に、数学Ⅰの図形と計量で学んだ知識を関連づけて考え、学ぶことができるように教材研究に取り組んでいきたい。また、三角関数を含む方程式や不等式では、単位円を用いた解き方以外にもグラフを用いる解き方などもあり、指導法についても研究をしていきたい。