

学習指導要領の発展的学習の取り組みについて

－課題学習を意識して－

愛媛県立今治東中等教育学校 清川 正義
愛媛県立宇和島東高等学校 宮田 誠

はじめに

平成24年度入学生より、高等学校では数学の新学習指導要領が年次進行で実施される。各学校及び先生方におかれては、新教育課程の研究及び指導内容の研究、準備に取り組まれていると思う。中でも、数学Ⅰ・Aの内容に新しく導入される「課題学習」については、その内容や実施方法など、まだまだ不透明な部分が多い。そこで、新学習指導要領の実施に先がけて、各学校からの幅広いご意見を頂き、今後の指導の参考にしていただければと考えた。

1 調査対象

県下の県立高等学校及び中等教育学校で特別支援教育の学校を除く53校で実施。

2 実施状況など

教科書の中にある「研究」や「発展」（「参考」と表記されている場合もある）の内容を授業で取り扱っているかを調査した。

※「研究」は『本文の内容に関連したやや程度の高い内容を取り上げた。場合によっては省略してもよい』、「発展」は『高等学校学習指導要領の範囲を越えた内容を扱った。すべての学習者が一律に学ぶことはない』と記されている。また、教科書により表記方法が違う場合もある。

(1) 数学Ⅰにおける取り組みについて

『扱う・扱わない』の割合と、扱う学校に関してその理由を次の項目に分けて割合を示す。類似した回答は一番近い項目に取りまとめている。

- ア…通常の内容
- イ…既習事項を発展させ応用力をつけるため
- ウ…副教材で取り扱うため
- エ…検算のみ
- オ…数学Ⅱに関連付けるため
- カ…一貫性を持たせた系統的指導を行うため
- キ…教科書レベルのみ
- ク…興味・関心を持たせるため
- ケ…その他（簡単な問題のみ・紹介程度・他の教科との兼ね合いで・参考程度 など）

① やや複雑な因数分解（4次以上の多項式の因数分解）

【内容】次の式を因数分解せよ。 $x^4 - 10x^2 + 9$

●授業にて 扱う 68.6% 扱わない 31.4%

●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	9.3	75.0	6.3	0	0	3.1	0	0	6.3

② 対称式と交代式

【内容】式にある2つの文字を入れかえても、式の形が変わらない整式を「対称式」、式にある2つの文字を入れかえると、もとの式に-1を掛けた形になる整式を「交代式」という。

●授業にて 扱う 56.9% 扱わない 43.1%

●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	28.0	56.0	0	0	0	4.0	0	0	12.0

③ 2重根号

【内容】次の式を簡単にせよ。 $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$

●授業にて 扱う 52.9% 扱わない 47.1%

●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	24.0	60.0	8.0	0	0	4.0	0	0	4.0

④ 絶対値を含む方程式や不等式の場合分けによる解法

【内容】次の方程式を解け。 $|x-4|=3x$

●授業にて 扱う 62.7% 扱わない 37.3%

●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	25.0	53.6	7.1	0	0	3.6	0	0	10.7

- ⑤ 2次方程式の解と複素数（虚数単位や複素数の紹介のみ）

【内容】 $i = \sqrt{-1}$ として、新たな数を定義する。この i を虚数単位という。また $1 + 2i$ のように i を用いて表された数を虚数といい、虚数の解を虚数解という。

- 授業にて 扱う 13.7% 扱わない 86.3%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	50.0	33.3	0	0	0	0	0	0	16.7

- ⑥ 解と係数の関係

【内容】次の2次方程式の2つの解の和と積を求めよ。 $x^2 + 3x - 1 = 0$

- 授業にて 扱う 13.7% 扱わない 86.3%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	42.8	28.6	0	0	14.3	0	0	0	14.3

- ⑦ グラフの移動

【内容】関数 $y = f(x)$ のグラフFをx軸方向に p 、y軸方向に q だけ平行移動して得られる曲線をGとすると、Gの方程式は $y - q = f(x - p)$ から求めることができる。

- 授業にて 扱う 66.7% 扱わない 33.3%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	30.0	56.7	3.3	0	0	3.3	0	0	6.7

- ⑧ 放物線と直線の共有点

【内容】放物線 $y = x^2 - 4x + 5$ と直線 $y = x + 1$ の共有点の座標を求めよ。

- 授業にて 扱う 54.9% 扱わない 45.1%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	37.0	48.2	3.7	0	3.7	3.7	0	0	3.7

- ⑨ 三角形の辺と角の大小関係の証明

【内容】正弦定理を用いて、「 $\triangle ABC$ において、 $b < c \Leftrightarrow B < C$ 」を証明する。

- 授業にて 扱う 19.6% 扱わない 80.4%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	45.5	45.5	0	0	0	9.0	0	0	0

- ⑩ 内接円の半径

【内容】 $\triangle ABC$ において、 $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=6$ のとき、内接円の半径を求めよ。

- 授業にて 扱う 76.5% 扱わない 23.5%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	38.3	50.0	5.9	0	2.9	2.9	0	0	0

- ⑪ ヘロンの公式

【内容】 $a=5$ 、 $b=8$ 、 $c=11$ である $\triangle ABC$ の面積Sを求めよ。

- 授業にて 扱う 58.8% 扱わない 41.2%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	15.4	50.0	0	7.7	0	3.8	0	0	23.1

- ⑫ 球の体積（カヴァリエリの原理を用いた求め方）

【内容】2つの立体図形を、一定な平面に平行な平面で切ったとき、切り口の図形の面積がつねに等しいならば、2つの立体の体積は等しい。

- 授業にて 扱う 11.8% 扱わない 88.2%
●理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	40.0	60.0	0	0	0	0	0	0	0

各学校で使用している教科書により、「通常の内容」として扱っている内容も多く見られたが、割合として高かったのは「既習事項を発展させ応用力を身に付けるため」であった。また、「数学Ⅱに関連付けるため」「一貫性を持たせた系統的指導を行うため」の回答もあり、⑤や⑥、⑦のように、次の課程において学習する内容を取り入れ、より生徒の理解を深める指導を行う学校も見られた。逆に、「興味・関心を持たせるため」の回答はなく、問題を解く力を身に付けさせ、同時に応用力を養うことを目標において授業で扱う内容が多いようである。「⑪ヘロンの公式」は検算に便利であり、問題に応じて活用している学校もあるようだ。関数や2次方程式・不等式、三角比においては、解答の流れを考えるよりも、定理や公式を理解し、利用する力が必要とされるようである。その力を付けることを重点において指導されている学校が多いように思われるが、結果として興味・関心を持たせる指導につながっているはずである。

(2) 数学Aにおける取り組みについて
項目については数学Iと同様に記する。

⑬ 3つの集合体とその要素の個数

【内容】 $A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 、 $B=\{3, 4, 6, 9\}$ 、 $C=\{5, 6, 9, 10\}$ のとき、 $A \cap B \cap C$ および
 $A \cup B \cup C$ を、要素を書き並べて表せ。

- 授業にて 扱う 51.0% 扱わない 49.0%
- 理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	30.5	60.9	4.3	0	0	4.3	0	0	0

⑭ 重複を許して取る組合せ

【内容】りんご、みかん、バナナの3種類の果物が、それぞれたくさんある。この中から、6個を選ぶ方法は
何通りあるか。ただし、選ばない果物があってもよいとする。

- 授業にて 扱う 44.9% 扱わない 55.1%
- 理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	15.7	73.7	0	0	0	5.3	0	0	5.3

⑮ $(a+b+c)^n$ の展開式

【内容】 $(a+b+c)^8$ の展開式における $a^3b^2c^3$ の項の係数を求めよ。

- 授業にて 扱う 55.1% 扱わない 44.9%
- 理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	16.6	75.0	4.2	0	0	4.2	0	0	0

⑯ 積事象の確率(くじ引きの確率など)

【内容】当たりくじ3本を含む10本のくじがある。引いたくじはもとに戻さないものとして、A、B 2人がこの順に1本ずつくじを引く。このとき、2人も
も当たる確率を求めよ。

- 授業にて 扱う 75.5% 扱わない 24.5%
- 理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	21.2	51.6	3.0	0	0	3.0	3.0	9.1	9.1

⑰ チェバの定理・メネラウスの定理

【内容】 $\triangle ABC$ の頂点A、B、Cと、三角形の内部の点Oを結ぶ直線AO、BO、COが、辺BC、CA、ABと交わる点を、それぞれP、Q、Rとすると、次の等式が成り立つ。
 $\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$

※ここではチェバの定理のみ載せる。

- 授業にて 扱う 51.0% 扱わない 49.0%
- 理由

項目	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
割合(%)	30.5	60.9	0	0	0	4.3	0	0	4.3

数学Iと同様な結果になったが、「興味・関心を持たせるため」という回答があった。くじ引きの確率については生徒たちも、より身近なものとしてとらえることができるため、取り組みやすいのではないかと思う。また、数学Iの内容と比べ、「別解」として扱うことができる内容が多いと思われる。「⑭重複を許して取る組合せ」は表を利用すれば解くことも可能であり、「⑮ $(a+b+c)^n$ の展開式」は階乗(!)を利用する方法とcombination(${}_nC_r$)を利用する方法などがある。これらは「知らないといけない」ではなくて「知っておくと便利」という内容なので、生徒一人ひとりがどの解法が一番解きやすいか考える力を養うことができる。「チェバの定理・メネラウスの定理」は平面ベクトルの検算などで活用できる。数学Aの内容も他分野に応用できる内容も少なくないのである。

最初に記したとおり、教科書の「研究」「発展」などは省略してもよい内容であるため、各学校の現状を考えた上で取り扱われている。そのため、各内容によって数学I、Aともに「扱う・扱わない」に関してはばらつきが見られた。また、扱う理由に関しては、ほとんどの学校でア、イを合わせると7割を越えていた。さまざまな問題を解くためにはさまざまな解法や応用力が必要となる。そのために、新たに問題を作成するよりも、教科書を有効的に活用することにより、生徒も復習などを行いやすいはずである。さらに副教材などで類題を扱えば、解法の定着や、応用力も身に付きやすいであろう。授業時数や生徒の実態を踏まえ、計画を立て、活用していただきたい。

3 アンケート結果の分析を踏まえて

今回行ったアンケートの結果から、新教育課程の数学 I・A に導入される「課題学習」について考えてみた。課題学習は「学習内容又はそれらを相互に関連付けた内容を生活と関連付けたり発展させたりするなどして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、生徒の主体的な学習を促し、数学のよさを認識できるようにする」と位置付けられている。今回行ったアンケートで取り上げた、教科書の「研究」「発展」の中で、課題学習を意識した取組ができないだろうか。生徒の意欲や関心を高め、主体的に学習に取り組むために有効な指導方法はないかを考えてみた。

例えば、「⑫球の体積（カヴァリエリの原理を用いた求め方）」において、カヴァリエリの原理を導入する方法として、次を挙げておく。

『10 円玉を 10 枚ほど同じ枚数だけ積み上げた円柱を 2 つ準備する。そして一方の円柱に対して、積み上げた 10 円玉を少しずつずらしていけば新たな立体ができあがる。この 2 つの立体を 10 円玉の面に沿って切ったとき、どこを切ってもその切り口はすべて 10 円玉となり、断面積が同じである。このとき、もとの 2 つの立体は 10 円玉を同じ枚数だけ積み上げているので体積は同じである。』

この導入においては、側面は球面にはならないが、生徒もイメージをつかみやすいのではないだろうか。身の回りにあり、自分たちの手で実際に触れることができるものを導入として扱えば、記憶に残りやすいと思う。導入で立体に対するイメージをつかみ、計算練習として球の体積を求めさせることも、生徒が応用力を身に付ける一つの手段ではないだろうか。

次に「⑯積事象の確率（くじ引きの確率）」について、実際に問題を提示し、考えさせ、解かせる指導について挙げておく。

『問題：当たりくじ 3 本を含む 10 本の宝くじがある。次の①、②の各場合において A、B、C がこの順にくじを引くとき、誰が一番当たりを引きやすいか。

①引いたくじは毎回元に戻す。②引いたくじを元に戻さず次の人が引く。』

まずこの問題を解いていく上で大切なのは、計算を行う前にまず予想をさせることである。状況を考え、生徒それぞれが考えた予想が当たっているかどうかを調べていくことも、興味・関心を持たせる一つの手段ではないだろうか。

①は容易に予想もでき、計算も簡単である。②はくじを引く順番によって有利・不利があるかどうかを予想するのは少しイメージがつかみにくいかもしれない。問題文としても「誰が」と書かれてある分、答えが必ず誰か一人になると勘違いする生徒もいるかもしれない。その場合は先に①だけを予想、計算をさせれば、②も考えやすいであろう。計算は、それぞれが当たる確率を求めるために、場合分けを何通りか行えばいい。ここで、①も②も全員の当たる確率は同じであるという結果を生徒自らが導き出したとき、数学に対する意欲や理解も深まるのではないだろうか。

4 まとめ

教科書の種類によっては、「研究」「発展」が扱いにくい内容もあるかもしれない。しかし、今回アンケートを行い、結果をまとめていく中で、どの学校も、生徒の意欲や数学に対する関心を高めるための指導法を工夫されていると感じた。応用力を養うことは大切である。しかし、その力は問題を解くためのものだけではない。さまざまな問題に直面したとき、その問題を解決するためにどうすればよいかを考える力につながっていくはずである。そのためにも数学におけるさまざまな問題を取り扱い、解法を理解し、さらに別解を考えるなどして、主体的に取り組む姿勢を身に付ける必要がある。その方法として取り上げた「課題学習」は、今まで以上に生徒たちに意欲や関心を高め、主体性をもたせ、課題を見出し、問題解決能力を養ううえで、有効に扱えるのではないかと思う。しかし、課題学習に関しては、まだ不透明な部分も多い。学習内容の細かい部分をもっとはつきりしてくれば、どういった内容の課題学習をさせていくか計画も立てやすくなるはずである。「3 アンケート結果の分析を踏まえて」で述べた導入の方法や問題を解かせる指導法は、数学に対して興味を持ち、主体的に取り組むための環境を作る一つの方法として挙げていく。課題学習の指導方法に直結はしないかもしれない。しかし、生徒たちが多様化する中で、私たちの日々の努力や研究は、きっと生徒たちの力に変わるはずであると信じている。

最後になりましたが、今回のアンケート調査に対し、お忙しい中ご回答、ご意見をいただきありがとうございます。本研究委員会は今後も研究を重ねていく所存ですので、各先生方の幅広いご意見をお寄せいただけたら幸いです。