複素数平面の指導法の研究

愛媛県立新居浜工業高等学校　福濱　聡

１　はじめに

新学習指導要領の実施が間近に迫ってきている。特に数学においては、平成 24 年度から先行実施される。この新学習指導要領の実施にともない、数学Ⅲの分野に「複素数平面」が再登場する。長期的な学習指導要領の変遷の中では、「再登場」であるが、その後教職についた先生方には新分野である。また、高校生のときにも習っていない先生方もこれから増えてくるとは明白である。私自身、高校生のときには複素数平面について習ったことはなく、未熟な私にとって教職についたとき非常に苦労したことを覚えている。

今年度より、えひめ「学力向上ネットワーク」構築事業が開始されたが、この中の１事業として、予備校視察をさせていただき、新課程対応複素数平面の講義を受講した。このことが刺激になったこともあり、複素数平面の授業が実施されるまでに少しでも、指導法についての一考察ができればと考えた。

研究内容は以下の項目にしたがい行っていき、「学力向上ネットワーク」事業で学んだことも含め報告したいと思う。

２　学習指導要領の変遷と その取り扱われ方の観点

戦後の学習指導要領の変遷の中で、複素数平面が扱われたものについて整理してみる。

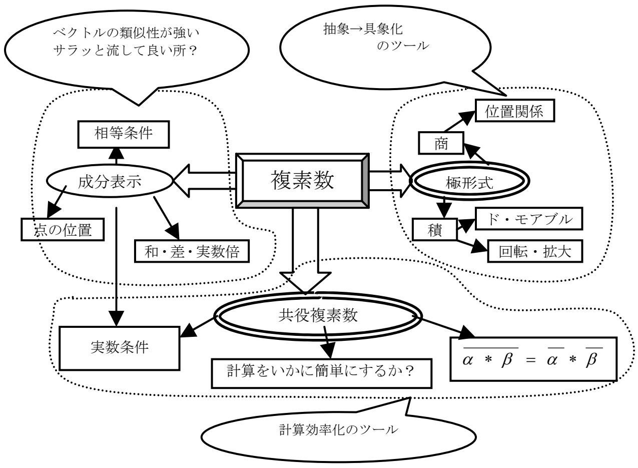
実施年	昭和 30 年	昭和 35 年	平成元年	平成 24 年
科　目	応用数学	応用数学 数学ⅡB	数学 B	数学□

扱われた内容については、複素数平面の定義から始まり、極形式、四則の幾何学的解釈、ド・モアブルの定理は共通である。しかし、その時代ごとに、オイラーの公式まで言及していたり、方程式の重みが強かったりと少しずつ変化があるようである。

いずれにせよ、このたび、数学Ⅲで扱われることを鑑みると、幾何的な意味合いをどう発展させていくのかが非常に楽しみである。

３　複素数平面のポイント

今夏の予備校視察の中で、複素数の利点や、他の分野との相関について教えていただいた。いかは複素数と複素数平面の相関図である。



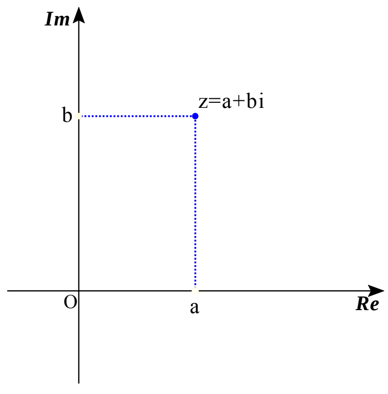
内容に関しては既知の内容がほとんどであったが、改めて教科を教えることの大切さを学んだ気がする。我々教える側は、ただ、問題が解けるだけではなく、どの程度高い立場で話ができるかが重要かを考えさせられた。

その上で、基礎的なことを十分に生徒に理解させた上で、発展させていくプロセスを大切にしたいと思う。

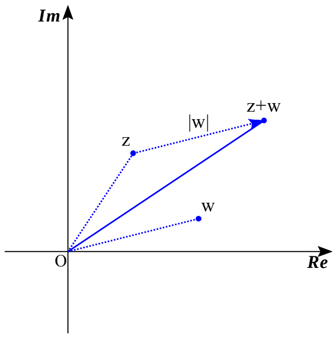
４　指導のポイントその１

複素数平面の幾何学的解釈には、大きく２つに分類される。１つは、和・差に代表されるベクトルとの類似性が強い要素。もう１つは、積・商に代表される極形式の有効利用の要素である。

まず、和・差・実数倍について考える。複素数平面上において、複素数 $z = a + bi \quad (a, b \in \Re)$ は、実数の組 (a, b) を、直交座標平面へ単純射影した点と同値であり、ベクトルの和・差・実数倍と同じ幾何学的な動きを持つ。



（複素数平面の簡単な定義）



（$z=a+bi,\ \ w=c+di$ のとき、

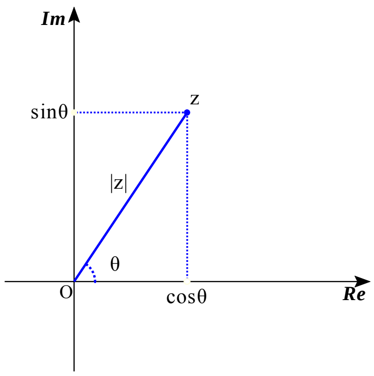
$$z+w=(a+c)+(b+d)i$$ ）

このことより、和・差・実数倍については、特に生徒も違和感がないように思う。しかし、積になるとそうはいかない。特に、ベクトルの性質が強すぎると、ベクトルの内積との混同につながるおそれについて注意したい。

そして、積や商については、回転や拡大を表すことができることについての便利さをしっかりと気づかせたい。その道具として、極形式が登場する。

$$\begin{aligned} z &= a+bi \quad (a,b\in\Re) \\ &= |z|(\cos\theta+i\sin\theta) \end{aligned}$$

である。



(極形式の簡単な定義)

これにより、積や商の幾何学的な解釈が非常に容易になり、ド・モアブルの定理まで自然な流れができる。

ここまでの流れは、非常に容易に指導ができるように思う。また、実数の n 乗根なども簡単に触れることができるようになると考える。

５　指導のポイントその２

指導要領において、書かれている内容については、非常に簡単な流れである。ところが、過去の問題集を見てみるとそれだけではうまくいかないことが多いように感じる。特に共役な複素数の利用によるものがつまずきやすいのではないか。共役な複素数を利用により、計算が効率化される面が強く、図形的な問題も解きやすくなる。

一方、問題を解く途中で共役な複素数を利用することは多くても、その有効性はなかなか視覚的に表すことが難しい。このことについては、今後の課題にしたいと思う。

６　実際場面での利用について

次に、生徒の理解について少し疑問点を述べる。数学で学ぶ現象がいかに生活の中でとらえられているのかという観点から考えると、どうしても複素数のアピール度は弱いように思う。

生徒にとって、問題が解けることはうれしいし、やりがいも出る。そのためには、やはり実際場面での理解は問題解決にもつながるであろう。「問題は解けるが、どこで使うの？」ずっとついてまわる疑問である。

私は、現在工業高校に勤務しているが、ここでとても衝撃を受けたことがある。それは、電気科においては、電気の交流回路を学ぶ上で複素数を学習していることである。それまで、私の勉強不足もあるが、複素数に関してはとても限られた話題にしか触れることがなかった。ところが、工学的側面からは実用されていることを知り、とてもうれしく思い、今後もっと広い視野で学ぶことができることを知り、自分自身鍛えていきたいと思う。

７　高校数学としての複素数平面の展望

では、高校数学として複素数平面はどのように発展させることができるのか。今後、新課程の教科書が出ないともちろんわからないが、過去には、オイラーの公式にも発展させていたことや、数学Ⅲで扱われることなどを考えると、複素解析における基礎知識を必要とするのではないかと考える。今後、自分の知識を増やすためにも、改めて複素解析との関連性について調べていきたい。

８　まとめ

今回、新教育課程での話題に注目したが、研究というよりもむしろ、研究計画で終わったように思う。研究途中のとても稚拙な報告をすることになり、大変申し訳ない気持ちである。しかし、来年度には教科書の選定なども行いもっと具体的に、先生方が向き合わなければならない分野であると考える。

実際に授業が始まる前に少しでも、準備をしておきたいという気持ちがあった。今後、様々な視点から複素数平面に触れることにより、教材研究や、教具の利用、授業に実践報告なども考えていきたい。

指導法の研究というには程遠いと思うが、教員としての引出を増やす意味でもいい機会をいただいたと思う。

次は、生徒の実状の把握調査、授業実践、工かある指導法な不度に着手するような研究にしていきたいと思う。