

三角比の指導法の研究

愛媛県立新居浜工業高等学校 福濱 聡

1 はじめに

私が勤務する新居浜工業高校は、工業科を5科（機械・電子機械・電機・情報電子・環境化学）各学年それぞれ1クラスずつ設けている。私は、昨年度初めて機械科の担任をすることになったのが本研究のきっかけである。

昨年度担任をした機械科1年のクラスの生徒の成績を見ると機械設計の成績が、他の科目と比較して芳しくなかった。そこで、どのようなことを学んでいるのか興味を持ち、生徒たちにノートや教科書を見せてもらった。

すると、プリントでは三角比の定義、力の合力や分解などについて指導されていることが分かった。また、教科書においても、前半では三角比を用いた問題が多くなされ、巻末の付録では、三角比（本校で用いている機械設計の教科書では三角関数としている）の基本的な公式が用意されていた。

以前から、工業科の先生方の「三角関数はしっかりとできないといけない」という言葉を耳にしていたが、改めてなるほどと思うようになった。また、工業高校においては、数学は専門科目との関連が多いというイメージはあったが、より一層、ただ教科書の問題が解けるだけではいけないのではないかと考えるようになった。

そこで、工業科の他の科目との連携を図り、相互に理解を深めるためにどのようにすればよいかを検討することにした。

2 研究の目標

- (1) 数学Iで学習する三角比と工業科の科目との連携を図り、相互に理解を深めるようにする。
- (2) 数学Iで学ぶ三角比の内容が、工業科の生徒たちに必要であるという認識を持たせ、意欲的に学ぶ姿勢を身に付けさせる。
- (3) 必要に応じて、三角比を活用して問題解決する能力を身に付けさせる。

3 研究の方法

目標(1)、(2)、(3)に対して、以下のような方法で実施した。また、(4)として、アンケートを実施した。アンケートは、各目標に合わせ、意識調査を行った。

- (1) 工業科の科目との連携
 - ア 機械設計の授業の事前予習
 - イ 事前調査
 - ウ 三角比の学習時期の変更
 - エ 他の科目の調査
- (2) 意欲的に学ぶ姿勢を身に付けさせる
 - ア 標準テストとの関連付け

イ 計算技術検定との関連付け

ウ その他

(3) 三角比を活用して問題を解決する

ア 総合学習として、問題の精選および実施

イ 計算技術検定の問題提起

(4) アンケートによる意識調査

以下に、各研究目標ごとの内容と成果を述べる。

4 工業科の科目との連携について

まず、目標(1)の工業科目との連携について述べる。本来の研究のきっかけとなった機械設計との連携を図ることが目的である。年度当初より、機械科の先生方に協力していただき、機械設計の教科書や、プリントを見せていただいた。また、昨年度の考査問題などを見せてもらい、教科書と照らし合わせた。そして、担当の先生や他の機械科の先生方に質問をしながら、数学Iの三角比との関連性を調べていき、授業の予習に取り入れるように努めた。

以下は、1年生機械設計の定期考査、攻略プリント、教科書の抜粋である。

直角三角形の各辺の長さの割合は直角以外の角度により決まり、この割合を三角関数という。下図の直角三角形の三角関数を () 内言葉、[] 内記号で埋めて完成させなさい。

$$\frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{[\quad]}{[\quad]} = [\quad]$$

$$\frac{[\quad]}{[\quad]} = \frac{b}{c} = [\quad]$$

$$\frac{[\quad]}{[\quad]} = \frac{[\quad]}{[\quad]} = \tan \alpha$$

機械設計中間考査 抜粋

2 力の合成

$$F_x = F_1 + F_2 \cos \theta$$

$$F_y = F_2 \sin \theta$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$$

機械設計標準テスト攻略プリント 抜粋

3 下図の2力の合力及びF₁と合力のなす角αを次の計算により求めなさい。

(1) 解 () 内は数字、[] 内は数式

$$X_2 = F_2 \cos \theta$$

$$= (\quad) \times \cos (\quad) = (\quad) \text{ N}$$

$$Y_2 = F_2 \sin \theta$$

$$= (\quad) \times \sin (\quad) = (\quad) \text{ N}$$

$$F_x = F_1 + X_2 = (\quad) + (\quad) = (\quad) \text{ N}$$

$$F_y = Y_2 = (\quad) \text{ N}$$

故に $F = (\quad)$ N
 $\alpha = (\quad)$ °

答 合力Fは _____ N 角度αは _____ °

(2)

答 合力Fは _____ N 角度αは _____ °

機械設計期末考査 抜粋

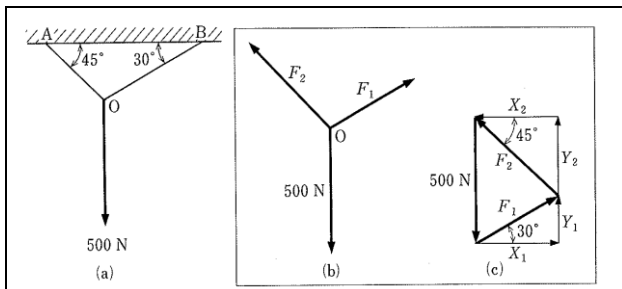


図2-24

ひもOA, OBに働く力をそれぞれ F_2, F_1 とする。

500 N, F_1, F_2 の3力は図(b)のような関係にあり、この3力はつり合っているのであるから、図(c)のように力の三角形は閉じる。

3力をX, Y成分に分解すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} X \text{成分} \quad F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 45^\circ &= 0 \\ 0.866 F_1 - 0.707 F_2 &= 0 \end{aligned} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} Y \text{成分} \quad F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 45^\circ - 500 &= 0 \\ 0.5 F_1 + 0.707 F_2 - 500 &= 0 \end{aligned} \quad (b)$$

式(a), (b)から F_1, F_2 を求めれば、

$$F_1 = 366 \text{ N} \quad F_2 = 448 \text{ N}$$

(答 ひもOAに働く力448 N, ひもOBに働く力366 N)

機械設計1教科書 抜粋

三角比というよりも、物理の基礎の要素が大きいように思う。しかし、物理を学ぶのが、2年次以降ということもあり、機械設計では徹底して、三角比の知識をもとに指導をされているということであった。中間考査の問題の抜粋からも分かるように、三角比の定義も取り扱っており、数学Iにおいては、導入でこのテストを使うことで、機械設計の授業との関連の意識付けを図った。

次にイについて、以前より生徒たちにとっては、工業科で用いる数学の知識と、数学で学ぶ知識がうまくリンクしていないことは感じていた。1年生が三角比の授業に入る前に、機械科の2, 3年生に事前調査を行うことで、生徒たちの三角比に関する、機械設計と数学Iの知識のリンクがどの程度かを見ることにした。調査対象生徒は機械科3年生35名、機械科2年生29名であり、結果は以下のようである。

① 三角比(三角関数)を他の科目で利用したことがあれば、その科目を答えてください。

回答	2年生	3年生
機械設計	39人	24人
物理	17人	9人
原動機	0人	2人
実習	0人	5人
わからない・無答	0人	11人

【複数回答可】

② 三角比を学習していてよかったと思うことがあれば書いてください。

回答	2年生	3年生
設計で役に立った	7人	5人
良い点が取れた	1人	3人
就職試験でできた		2人
インターンシップで使った	1人	0人
就職して使うから		1人
なし・無答	30人	24人

①の結果より、生徒たちは三角比が他の科目(特に機械設計)で利用されているという認識は持っているようである。

しかし、②の結果より、数学で学んだ三角比が、他の科目に役に立ったと感じている生徒は、非常に少ない。各科目が点であり、線としてつなげることが難しいようであり、他教科との関連があるという意識は乏しいように思う。

この結果を受け、ウとして機械設計で学ぶ三角関数と、数学Iで学ぶ三角比とのギャップを埋めるために、各科目間でできるだけ同時期に三角比を学べたらいいのではないかと考えた。本年度の1年生が、新学習指導要領に基づく授業をスタートすることに合わせ、シラバスの変更を行った。その際、教科書どおりの進度ではなく、三角比を1学期後半に指導するように変更した。これにより、機械設計で三角関数を学ぶ時期とのブランクをできるだけ少なくするようにした。時期を機械設計で学ぶ時期に合わせることで、生徒たちの関連性について、認識できているかアンケートを実施した。アンケート実施対象生徒は機械科1年生39名であり、三角比の学習を終えて、しばらくたった11月に実施した。

① 1学期に三角比の授業を行いました。三角比で習ったことが日常生活に役に立つと思いますか。

回答	ア	イ	ウ	エ	オ
割合	0%	28%	56%	11%	5%

(ア: 思う、イ: 少し思う、ウ: あまり思わない、エ: 全く思わない、オ: わからない)

② 三角比で学習したことが他の科目で役に立ちましたか。

回答	ア	イ	ウ	エ	オ
割合	39%	50%	11%	0%	0%

(ア: 役に立った、イ: 少し役に立った、ウ: あまり立っていない、エ: 全く立っていない、オ: わからない)

②の結果より、9割近くの生徒が、三角比で学んだことが他の科目に役立ったという肯定的な意見であった。一方2, 3年生にも事前調査の際に同じ質問をしたが、1年生と比較して、肯定的な意見の割合は低かった。特に、1年生は、機械設計との関連について意識できたように思う。

最後に、エの他（機械設計以外）の科目と三角比との関連についてである。他の学科においては、電気科においての複素数など工業科の各学科で数学の学習内容として学前に必要とされる内容があることは認識している。

では、三角比についてはどうか調査してみた。他の学科においても、三角比を早い時期に学習することで、専門科目との連携がうまくいくかどうか、今後の課題設定につながるのではないかと考えた。

調査を行ったのは、電子機械科、情報電子科の2学科である。しかし、この2学科においては、早い時期に三角比を学ぶことでのメリットは機械科ほどではないようである。

5 意欲的に学ぶ姿勢を身に付けさせるために

2つ目の目標である、意欲的に学ぶ姿勢を身に付けさせるための意識付けについて考察・実践を行った。

本校の生徒は、60%~70%の生徒が就職をしている。また、もっと多くの割合の生徒が就職を目指して本校に入学している。そのような生徒にとって関心があるのは、就職試験や、資格・検定の合格である。数学において、三角比は全体の中ではほんの少しの割合である。しかし、専門科目との関連が多い以上しっかりと理解させる必要があると考える。その意識付けとして、

- ア 標準テストとの関連
- イ 計算技術検定との関連
- ウ 就職試験、その他生徒が興味を持ちやすい内容との関連を話題として取り上げる

アの標準テストとは、全国の工業高校の各学科が、対応する科目のテストを一齐に受験し、全国規模で、平均点などを分析するテストである。年に1回行われ、各科ともに平均点を上げるために先生方も補習に熱が入る。機械科においては、2年次において、機械設計がこの標準テストの科目の1つとなる。

イの計算技術検定とは、全国工業高等学校長協会主催の検定であり、数学的な内容、工業的な内容を関数電卓などを利用して解くものである。内容は級が上がるごとに、難しくなるが、数学的な理解ができていれば、それほど難しい内容ではない。

以下は、標準テストの問題及び、計算技術検定の問題の抜粋である。

2 図1のように、点Oに力Fが作用しているとき、次の各問の答に最も近い数値を解答群から選び記号で答えなさい。ただし、 $\sin 60^\circ = 0.87$ 、 $\cos 60^\circ = 0.50$ 、 $\tan 60^\circ = 1.73$ とする。

図1

(1) 分力 F_2 の大きさを120N、X軸と力Fとのなす角を 60° とすると、分力 F_1 の大きさは何Nになるか。

解答群

(ア) 100.0	(イ) 113.6	(ウ) 115.6	(エ) 174.0
-----------	-----------	-----------	-----------

(2) 分力 F_1 とX軸とのなす角 α は何度になるか。

解答群

(ア) 28.4	(イ) 31.0	(ウ) 36.9	(エ) 59.0
----------	----------	----------	----------

標準テスト(機械設計)問題 抜粋

4 図のような長さ456mの坂道の水平距離を測ったら441mであった。次の問に答えよ。

(1) この坂道の平均勾配 θ の大きさを求めよ。 $\theta =$ (分単位まで)

(2) この坂道の高さを求めよ。 m (小数第1位まで)

(3) 水平距離100mあたりの高さを求めよ。 m (小数第1位まで)

2級計算技術検定問題 抜粋

3 図のようにA, Bから479Nの物体をつるした。次の問に答えよ。

(1) 水平方向の力のつり合いを式で表せ。
 = 0 ……①

(2) 鉛直方向の力のつり合いを式で表せ。
 = 479 ……②

(3) ①, ②式より $|\vec{F}_1|$ 、 $|\vec{F}_2|$ を求めよ。
 $|\vec{F}_1| =$ (ア) N、 $|\vec{F}_2| =$ (イ) N
(小数第1位まで) (小数第1位まで)

1級計算技術検定問題 抜粋

このような問題を三角比の知識を利用して解けることを、授業の中で話をすると、生徒たちの反応がよい。特に、資格・検定の取得に積極的な生徒たちは、授業後にも質問に訪れるようになった。

残念ながら、全員の生徒とはならないが、積極的に三角比の授業に取り組み、これからの学習に役立てようとする姿勢が見られたことは大きいと考える。今後も、私自身、各科目との連携を念頭に置き、幅広く勉強することで、生徒たちに還元できればよいと考える。

また、その結果、生徒たちの興味・関心を沸かすことができれば幸いである。

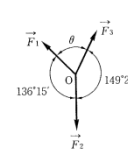
6 三角比を活用して問題を解決する

前項と重複するところもあるが、今回の学習指導要領で扱われる課題学習として、本校では、できるだけ工業の内容と絡めて話題を提供するように心がけた。特に、生徒が

興味を持つ検定の問題なども積極的に取り上げ、生徒の問題意識を積極的に引き出すように努めた。

以下に課題学習で取り上げた問題の一例を紹介する。

【問4】 図のように3力が点Oに作用してつり合っている。 $|F_3| = 48.96\text{N}$ のとき、次の問に答えよ。



(1) θ を求めよ。 $\theta =$ (分単位まで)

(2) ベクトルの大きさ $|F_1|$ [N] を求めよ。 $|F_1| =$ N (小数第2位まで)

(3) ベクトルの大きさ $|F_2|$ [N] を求めよ。 $|F_2| =$ N (小数第2位まで)

【解】 (1) $\theta = 360^\circ - (136^\circ15' + 149^\circ28') = 74^\circ17'$

(2) 正弦定理より $\frac{|F_1|}{\sin 149^\circ28'} = \frac{|F_3|}{\sin 136^\circ15'}$

$$|F_1| = \frac{|F_3| \sin 149^\circ28'}{\sin 136^\circ15'} = \frac{48.96 \sin 149^\circ28'}{\sin 136^\circ15'} = 35.9698\dots$$

(3) 正弦定理より $\frac{|F_2|}{\sin \theta} = \frac{|F_3|}{\sin 136^\circ15'}$

$$|F_2| = \frac{|F_3| \sin \theta}{\sin 136^\circ15'} = \frac{48.96 \sin 74^\circ17'}{\sin 136^\circ15'} = 68.1542\dots$$

【答】 (1) $74^\circ17'$ (2) 35.97 (3) 68.15

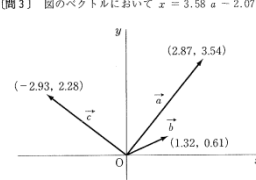
機械設計と計算技術検定の問題

少しベクトルの知識を要するが、機械設計で扱った内容でカバーすることにより、正弦定理の問題として考えることができる。(ラムの定理というらしい。) 機械設計の教科書の解き方よりも、簡単であることに気付いた生徒には大変好評であった。

外にもいくつかの問題を取り上げ、生徒たちの授業の進度に合わせ問題を提供することができた。今の1年生が2年生になった時の意識調査により、今回の研究の成果、課題が、より一層見えてくると思う。

また、少し話はずれるが、1年生だけでなく、2、3年生においても、三角比を活用して問題を解決する姿勢が見られた。計算技術検定の補習を行っている際に、すぐにベクトルの問題として、考えるような問題であっても、「設計ではこうやって習いました」という言葉も聞くことができた。ベクトルを学習しない生徒が多い本校において、できるだけ少ない知識で問題を解決するために、機械設計で習った知識を数学の問題で活用する能力を身に付けている生徒もいることが分かった。

【問3】 図のベクトルにおいて $\vec{a} = 3.58\vec{a} - 2.07\vec{b} - 1.26\vec{c}$ とするとき、次の問に答えよ。



(1) \vec{a} の大きさ $|\vec{a}|$ を求めよ。 (小数第2位まで)

(2) \vec{a} が x 軸の正の方向となす角の大きさを求めよ。 (分単位まで)

(3) \vec{a} と \vec{b} とのなす角の大きさを求めよ。 (分単位まで)

1級計算技術検定問題 抜粋

7 まとめと考察

本校の生徒は、「問題が解ける」＝「わかる」ということにつながる生徒が多い。解き方を覚えることに力を注ぎ、テストが終わると忘れてしまうということを繰り返し、学

習が定着しにくい状況である。

今回の実践において、工業科における三角比の学習は、数学的な観点だけでは不十分であるように感じた。しかし、他教科の先生方との協力、連携によって、少しでも定着する生徒、理解力が上がる生徒が見られたことは大きかった。今後とも、生徒の実態に合わせ、工夫をしていきたい。

また、今回機械設計との連携が要点になっていたが、他の科目との連携についても今後、考察していきたい。

そして、あまりにも意識をしすぎることによって同時期に違う方法で同じ問題に取り組むことは避けたほうがよいと考える。できるだけ連携を深めながら、授業をすることの大切さを学んだ。今回の実践のために、機械科の多くの先生方にお世話になったことを感謝したい。