

教具を用いた数学の指導法の研究④

愛媛県立宇和島南中等教育学校 小池 長八郎

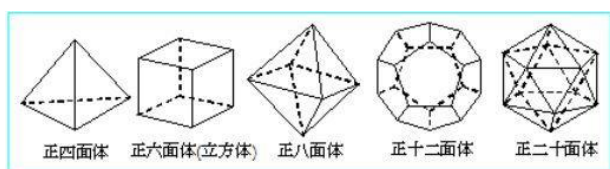
1 はじめに

今年から高等学校では数学の新学習指導要領が年次進行で実施されており、数学Aの「図形の性質」では、平面図形と空間図形の2分野を取り扱う。その中で空間図形では空間における直線や平面の位置関係のほかに、多面体に関する基本的な性質（オイラーの定理など）を学ぶ。正多面体を切り取ってできる立体や内接している球も取り上げられており、立体のイメージ化が難しい問題も少なくない。そこで今回は多面体を中心に、いろいろなアプローチを考察してみたいと思い、本主題を設定した。

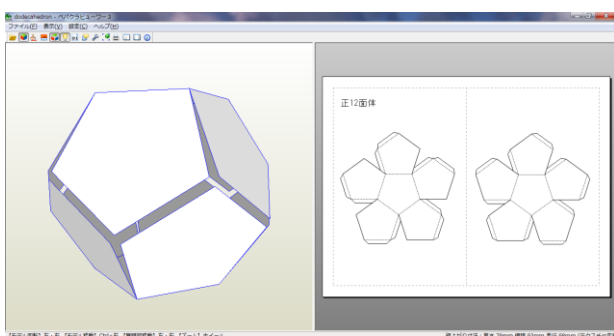
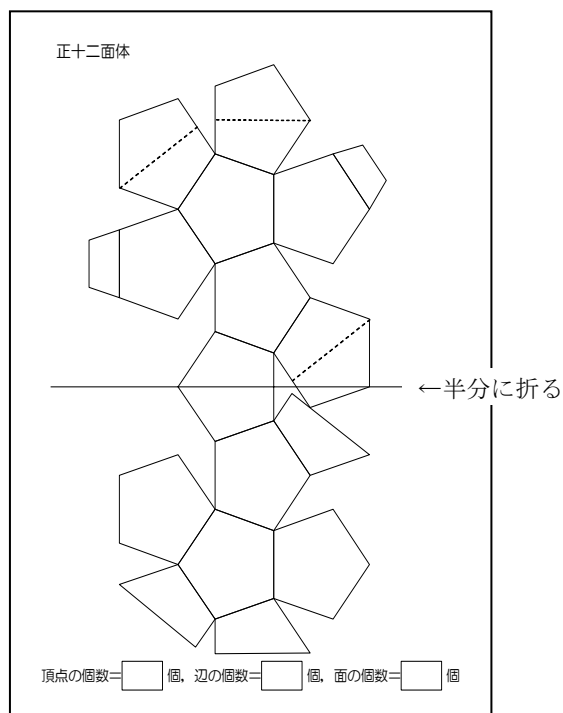
2 研究内容

(1) オイラーの多面体定理

正多面体の面、辺、頂点の個数を調べる際、まずは実際に数えてみてから、次に理論的に数えてそれらが一致することを確認させたいと思った。同じものを求めるのに複数の方法を試みるということは、間違いを防ぎ正確に理解するためにとっても重要であるからである。



の収納に不便である。そこで、「折り紙建築」のアイデアをもとに、「起き上がる立体」を作成してみた。「折り紙建築」とは、二つ折りの紙を開くと形状が起き上がるペーパークラフトである。現在では建築物に限らず、グリーティングカードや個人の趣味などの用途で利用されており、様々な展開図を掲載した型紙集が数多く存在する。

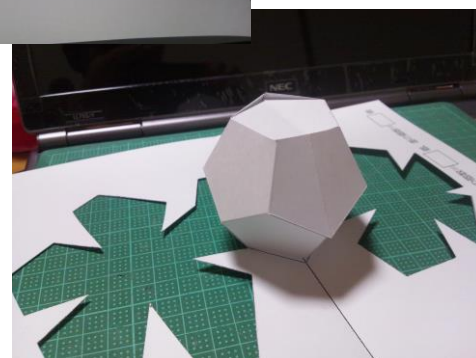


上の図はフリーソフトである「ペパクラビューアー」の画面である。これは、ペーパークラフト作成ソフト「ペパクラデザイナー」で作成した作品を閲覧するためのソフトで、単に展開図を表示して印刷するだけでなく、3Dモデルを同時に表示できるのが特徴である。マウスの操作で、立体の拡大、縮小や回転移動などが可能である。

展開図から正多面体を作らせてもよいが、そのあと



※他の正多面体もあるが、紙面の都合で省略。



(2) 正多面体の種類

正多角形何枚で多面体の頂点が作れるかどうかを調べていく。



正三角形を3枚並べてセロテープで貼る。それを三角錐の形にすると、多面体の頂点ができる（正四面体となる）。

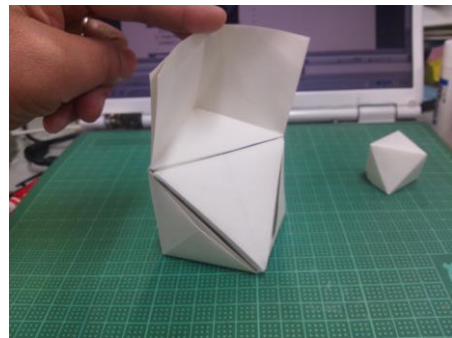
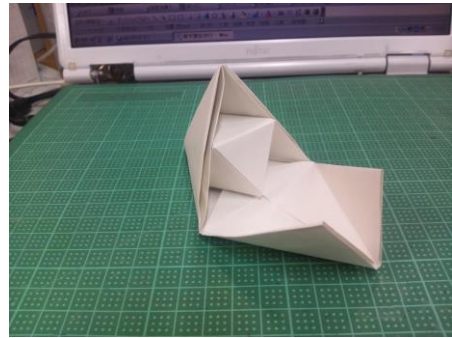


正三角形6枚だと、平面となり、頂点を作ることができない。つまり、正多面体はできない。

正三角形だけでなく、他の正多角形についても実験を行うことで、正多面体は5種類しかないと気付かせることができる。

	2枚	3枚	4枚	5枚	6枚
	×	○	○	○	×

どちらも立体のイメージが難しい問題である。実物を用いるとたいへん効果的であると考え、折り紙で再現してみた。



3 まとめと今後の課題

(1)の折り紙建築のアイデアは正多面体に限らず、いろいろな立体に活用できるため、中学1年生の空間図形の授業においても活用していきたい。また、(3)については生徒たちに作らせてみたかったが難しかったため、作成に時間を割く必要があると思われる。正多面体に内接する球の問題もあるため、さらなるものづくりに励むとともに、よりよい授業を心がけていきたいと思う。

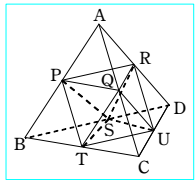
《参考文献》

みんなで楽しむ 多面体折り紙 (日本ヴォーグ社)

(3) 正多面体の内部にある正多面体

【数研出版 高等学校 数学A P96 練習33】

正四面体 $ABCD$ の各辺の中点を右の図のように、 P, Q, R, S, T, U とする。この正四面体を4つの平面 PQR, RSU, PST, QTU で切る。新しくできた立体 $PQRSTU$ が正八面体であることを示せ。



【数研出版 高等学校 数学A P97 練習1】

右の図のように、正六面体 $ABCD-EFGH$ を4つの平面 BDE, BEG, BGD, DEG で切ると、正四面体 $BDEG$ ができる。このことを利用して、1辺の長さが a の正四面体の体積 V を求めよ。

