

課題学習の指導法の研究② - 2次関数 -

愛媛県立土居高等学校 井上 真一

1 はじめに

数学及び理科については、今年度から新学習指導要領による指導が始まった。今年から本校に赴任し、前任校で研究してきたことをさらに深めたいと思い、昨年に引き続いて2次関数における課題学習の指導法の研究をすることとした。

本校では、第1学年は3クラスあり、習熟度の高いクラスを1クラス設けている。今回の研究はその習熟度の高い1クラスを対象に実践したものである。

2 研究の目標

学習のテーマを2次関数として課題学習を実践し、生活と関連付けたり発展させたりする。

3 研究の内容

数学Iの2次関数を学習した後の授業を3時間利用し以下の内容について考えさせた。内容については昨年と同じものもあるが、対象となる生徒が異なるので改めて実践した。

(1) 放物線の性質

(ア) 身の回りにおける放物線を探す

投げ上げたボール(物)の軌跡、放水(噴水)の軌跡やパラボラアンテナ等の発言が出た。

(イ) 放物線の性質を利用した活動

鏡の前の適当な位置に籠を置く。物を鏡に向かって投げ、その跳ね返りで籠に入れるためには、物をどのように投げればいいのかを考えさせた。

まずは、体育館で壁の跳ね返りで実験した。生徒達は、ボールの速さや壁から籠までの距離等を考え、腰の位置と同じ高さで当てたり、ある角度をイメージして投げたりした。1人2回ずつ投げさせた。2回とも入った人はほとんどおらず、2回目に入る人が多く、中には1回も入らない人もいた。



次に鏡の前に移動して、どこを目掛けて投げればいいのかと質問した。「壁のときと同じように」とか「鏡なので壁のときよりも優しく」などの意見が出た後に、「鏡に映った籠に投げた方がいい」という意見が出て、皆その意見に感心し、早速実践してみた。



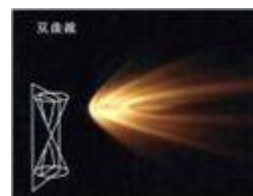
最初の人は、力加減がわからず1回目は失敗したが、それ以降は皆入り、感心していた。

(2) 円錐曲線の1つとしての放物線

2次曲線は円錐を切断した切断面に見出すことができるため、「円錐曲線」とも呼ばれている。懐中電灯の光が円錐の形で広がるという性質を利用して、懐中電灯の灯りを壁面に当てることで放物線を探させた。



双曲線を放物線と勘違いする生徒が多く出た。そのため、円、楕円、放物線、双曲線について説明をした。



実験後、光だと分かりにくいからもう少しわかりやすいものはないかという意見が出たので、円錐の形のゼリーを作り、それを母線と平行に、たこ糸、ピアノ線、大きい下敷きで切ってみた。しかし、どれで切っても切断面が波打ってきれいな放物線に見えなかった。

どうにかして放物線の断面を作れないかを考えさせた。容器に少量のゼリーを入れ、母線と平行な状態にして固めればいいのかという意見が出たので作ってみた。





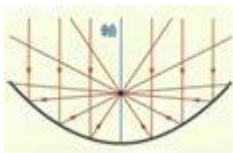
これをイメージしながら、もう一度懐中電灯で放物線を作ってみると理解が深まった生徒もいた。

(3) 教科書にあるコラムの発展的な内容

「新編数学 I」（数研出版）のコラムについて課題学習で扱えないかを考えてみた。

コラム：「放物線の不思議」

衛星放送受信用のアンテナの面は、放物線とその軸を中心に1回転させてできる面の形をしています。このような面には、回転軸に平行に進んできた電波がこの面で反射するとき、そのすべてがある1点を通するという性質があります。この点は放物線の焦点と呼ばれます。このアンテナはパラボラアンテナと呼ばれますが、さて、parabolaの意味は……？



パラボラアンテナに、軸に平行に進んできた電波が反射するとすべて焦点を通ることがわかるものを作ってみた。

方眼用紙にのグラフ $y = \frac{1}{20}x^2$ をかく。2次関数であれば、他の式でもいいが座標がとりやすいのでこれを用いた。

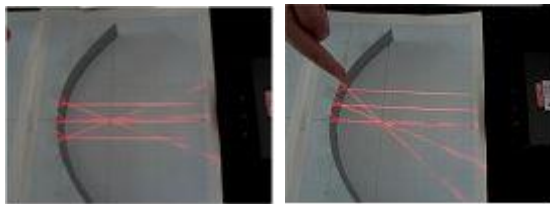
次に、日よけ用の車に貼るカッティングシートと厚紙を縦3cm×横25cmに切る。

カッティングシートを厚紙に貼り、それを方眼用紙にかいたグラフ上にテープで固定する。



これに、y軸と平行に3本レーザーを当てると焦点を通ることが分かる。

3本レーザーを平行移動させても、すべて焦点を通ることが実際に見て確認することができた。



(4) 放水の軌跡の発展的な内容

直方体の容器に、水面からの深さが5cm、10cm、15cm、20cm、25cm、30cmのところ直径6mmの小さな

穴を開ける。これに水を注ぎ続け、水面を一定に保つとき、流出する水の軌跡が何になるかを予想させる。



2次関数の単元の最後なので「放物線」という答えが出てきた。

次に、5cmから30cmまでの6つの穴から放物線はどのような軌跡を描くかを予想させる。

「6つとも同じ軌跡を描く」、「6つとも同じ所に飛んでいく(着地点が同じ)」、「5cmの穴が一番遠く飛ぶ」や「30cmの穴が一番遠く飛ぶ」等いろいろな意見が出た。

その後、実際に5cmの穴から1つずつ布テープをはがして確認していった。最後に6つすべてをはがし同時に確認した。



A 5cm



B 10cm



C 15cm



D 20cm



E 25cm



F 30cm

理科の物理基礎の中に出てくる水平投射と関連させながら初速度 v_0 、時刻 t として $x = v_0 t$ 、 $y = \frac{1}{2} g t^2$

で表され、 t を消去すると $y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$ となるが、これを $y = ax^2$ として a の値を求めさせた。

トリチェリの定理は、液体を入れた容器の壁に小さな穴をあけたとき、その穴から流出する液体の速度を支配する法則である。液面から穴までの深さを h 、重力加速度を g とすると $y = \sqrt{2gh}$ で与えられる。

この定理は、容器の形や大きさには関係なく、放物線の軌跡は水面からの深さによって決まること、凹凸のあるドラム缶でも同じ実験結果が得られる。しかし、実際には穴を正確に開けられていなかったり、水面を一定に保つことができなかったりするので、同じ結果を得ることは難しい。

トリチェリの定理については、詳しくは大学などで流体力学や水理学で学べ、ダム建設にも使われていることを紹介した。

<生徒の感想>

鏡の実験

- ・放物線の性質を利用すると百発百中が入ることが分かり驚いた。
- ・壁に向かって投げるときは角度や感覚を気にしていたが、鏡のときは、鏡の中のカゴに向かって投げたら入ることがわかった。数学で習ったことがこんなときに使えるなんて・・・とても面白い実験だった。

円錐曲線の実験

- ・懐中電灯の角度を変えるだけで、円になったり放物線になったりするの面白い。
- ・2次関数が嫌いだったので、今日の授業は難しいのかと思っていたら、案外すぐに分かったので楽しかったです。

放水の軌跡の実験

- ・5cmの穴が一番遠くへ飛ぶと思っていたので、水面から深いほど遠くに飛ぶことを知り驚いた。6本の放物線を同時に見るとよくわかった。
- ・ダム以外にもどんなところで使われているか探してみたい。今まで数学はあんまり必要ないと思っていたけど、身近に使われているのがわかり、考えが少し変わった。

<自己評価>授業に興味や関心を持って取り組めたか。

よくできた	30人
できた	4人
どちらともいえない	0人
あまりできていない	0人
できていない	0人

4 研究の成果と今後の課題

(1) 成果

昨年と同様に、学習した内容を日常生活に関連付けることにより関心や意欲が高まり、円や二次曲線に関連付けることもできた。昨年より事前の準備をしっかりしていたため、生徒たちは意欲的に活動していた。

課題学習については、生徒が全く何もない状態から課題を見つけるのは難しいので、最初に教師が誘導しても問題はないと思う。

(2) 今後の課題

普段数学が苦手な生徒も課題学習ならできることを感じさせる問題を作ったり、生徒が疑問に思っていることを深めさせたりしていきたい。

評価については、パワーポイント、板書、ワークシート等いろいろある。それをどう評価していくのかを

今後も考えていきたい。

最後に、課題学習をするときに大切なことは、教師自身が良い学習者であることだと思うので、そうなれるよう研鑽を積んでいきたい。

《参考文献》

- ・『高等学校学習指導要領』（文部科学省）
- ・『高等学校学習指導要領解説数学編』（文部科学省）
- ・大矢雅則ほか17名『新編数学I』
数研出版株式会社（平成23年検定済）
- ・佐藤雅彦『日常にひそむ数理曲線』株式会社小学館