

新学習指導要領の研究

— 数学Ⅲ —

愛媛県立新居浜東高等学校 西坂 靖司
愛媛県立松山中央高等学校 岩城 俊哉
愛媛県立宇和島南中等教育学校 岡崎 英幸

はじめに

学習指導要領研究委員会では、一昨年から3年計画で新学習指導要領についての研究を始めた。研究最終年度にあたる今年度は、数学Ⅲについての研究を進めることとした。

新学習指導要領では数学Ⅲの標準単位数は5単位と明記されている。平成10年度改訂の学習指導要領（以下、現行学習指導要領と明記）では、数学Ⅲは3単位であったため、数字的には大幅増となる。ただし、内容的には「行列」に替えて「複素数平面」が入り、現行学習指導要領の数学Cの「二次曲線」を含んだもの、と考えるならば、標準単位数が2単位である数学Cをほぼ含めてのものとなったといえる。その他の部分については、現行学習指導要領の数学Ⅲの内容と大きく変化する部分はないため、単位的には変更なしと見てよいであろう。

また、履修順序についても、数学Ⅱを履修したあとに履修することを原則としており、学習指導要領解説には「この科目は、数学に強い興味や関心をもって更に深く学習しようとする生徒や、将来、数学が必要な専門分野に進もうとする生徒が履修する科目」とあり、大きな変更点は見られない。したがって、これまでどおり、大学進学をめざす理系生徒中心に履修させることになるであろう。なお、現行学習指導要領における数学Ⅲだけを履修させ、数学Cを履修させていない学校は、ほぼ零であると思われるため、内容が数学Ⅲに吸収されてしまったことによる影響も少ないものと予想される。

実質的な単位数や履修内容、履修順序に大きな変化がないため、数学Ⅰ・Ⅱ・A・Bに比べて注意する点は少ないと思われるが、これまでとの違いや留意点について研究していきたい。

(1) 平面上の曲線と複素数平面

学習指導要領解説の内容には「平面上の曲線がいろいろな式で表されること及び複素数平面について理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする。」とある。

平面上の曲線については、直交座標による表示、媒介変数による表示、極座標による表示などの基本的な概念について理解させることに重点が置かれており、現行学習指導要領の数学Cの内容と大きな変更点はない。ただし、直交座標による表示においては、幾何学的な定義に

基づいて曲線の方程式を導くとあり、数学Ⅱの「軌跡」の内容をしっかりと理解しておくことが必要であると思われる。また、媒介変数による表示、極座標による表示については、二次曲線の内容や(3)微分法、(4)積分法で取り上げる曲線を中心に扱うものとしている点に注意する必要があるであろう。

複素数平面については、複素数の図表示やド・モアブルの定理について理解させることに重点が置かれている。旧学習指導要領（平成元年度改訂の学習指導要領）の数学Bで扱われていた内容が約10年ぶりに復活することになった。旧課程の頃を思い返してみると、文系生徒にとって複素数平面という分野はかなりの負担になっていたように思われる。その意味では、数学Bではなく、ほぼ理系生徒のみが履修すると予想される数学Ⅲで扱うことになったことは歓迎すべきことなのかもしれない。ただし、理系生徒とはいえ、旧課程の頃の生徒に比べて学力低下が叫ばれている今、その指導はより慎重に行う必要があるだろう。内容的にも、複素数の和、差及び実数倍の図表示なども扱うことになっており、数学Bのベクトルとの関連も図りながら、丁寧に指導していくことが必要であろう。数学Bのベクトルは選択履修になっているが、数学Ⅲとの接続を考慮すると、理系の生徒たちの多くは、ベクトルを選択させるのが適切ではないかと思われる。

現行学習指導要領の数学C「式と曲線」において、二次曲線については、「二次曲線の標準形やそれを平行移動した程度のものを扱い、曲線の回転は扱わないものとする。」とあり、「行列とその応用」においては、「平面上の点の移動のみを扱う」とある。しかしながら、近年の大学入試においては、行列の応用問題として、原点を中心とした点の回転移動と関連付けて二次曲線の回転に関する問題が出題されている。今回の改訂で、学習指導要領解説の「平面上の曲線」には、「二次曲線を回転させて考察することは含まれない。」とあるが、「複素数平面」では、「平面図形への応用を扱うことも考えられる。」とある。複素数平面上での原点のまわりの回転移動について学ぶことを考えると、今後大学入試に、二次曲線など座標平面上の図形の回転移動の問題が出題されることを視野に入れながら指導していく必要があるであろう。

今回の改訂で、「平面上の曲線」が数学Ⅲの1分野とな

り、「微分法」の前に指導することになった。二次曲線や媒介変数表示を理解した上で、「微分法」を学習することになり、生徒にとっては、関連分野がつながることにより微分積分学の理解が深まることが期待されるであろう。

(2) 極限

学習指導要領解説の内容には「数列や関数値の極限の原理を理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする。」とある。

内容については、「ア 数列とその極限」と「イ 関数とその極限」で構成されており、現行学習指導要領と同じである。数列とその極限について、「数学Bの数列で扱っているが、この内容を履修していないことも考えられるので、指導に当たっては配慮が必要である。」とあるが、現行学習指導要領で数列とベクトルを履修していた学校が大半であったように、新学習指導要領でも同様の選択が予想されるため、大きな混乱はないように思われる。ただし、数学Iの「データの分析」は、今回の学習指導要領の改訂の大きな目玉の一つと考えられる。その重要性が今後ますます増してくると考えるならば、中には数学Bで「確率分布と統計的な推測」を履修する学校も出てくるのではないだろうか。その場合は、数学Bの数列を履修しないことも考えられるため、数学IIIの授業において十分対策が必要であると思われる。

内容面については、「数列の極限を事象の考察に活用できるようにする。」の活用例として、漸化式で与えられた数列の極限值を利用して $\sqrt{2}$ の近似値を扱うことが紹介されている。また、逆関数において、現行学習指導要領では「対数関数が指数関数の逆関数であることに触れておくことも考えられる。」という標記であったものが、新学習指導要領では、「対数関数が指数関数の逆関数であることもここで触れる。」という必須項目に変わっているなど、多くの部分で内容がより深くなっている。ただし、現行学習指導要領でも指導していた学校は少なくないと思われ、大きな混乱はないものと考えられる。その中で気になるのは、現行学習指導要領にあった「ここで扱う極限は導関数の計算に必要な程度にとどめる。」という標記が削除されていることである。逆に考えれば、かなりの応用問題まで踏み込むことも予想され、入試問題を含めて学習内容を検討していく必要があるかもしれない。

(3) 微分法

学習指導要領解説の内容には「微分法についての理解を深めるとともに、その有用性を認識し、事象の考察に活用できるようにする。」とある。

現行学習指導要領で「分数関数の導関数については、分母、分子が二次程度までにとどめるものとする」と記載されていた部分が、新学習指導要領では「分数関数の導関数を求める場合には、その計算が複雑になり過ぎないように配慮する」となり、「合成関数の導関

数については、 $y=x^k$ (k は有理数)、 $y=\sqrt{ax+b}$ 及び $y=\sqrt{ax^2+b}$ の程度の簡単な関数を扱うものとする」という部分は削除された。このことは、基礎的内容にとどまらず、より高度な内容の学習に発展させる可能性を示している。これに伴って教科書にも変化が見られる。例えば「 $y=\sqrt[3]{x^2+4}$ を微分せよ」という問題において、従来では $u=x^2+4$ と置換する解法を採用していたが、今回の改訂によって、置換しない解法を採用しているものがあり、とてもスマートである。本来導関数を求めることは、最終目的ではなく問題を解くために必要な手段の一つに過ぎない。シンプルな解法への変更に伴い、その指導には今まで以上の工夫と説明力が必要とされるだろう。その他、従来よりも高度な内容を取り扱っている例として、「2曲線が接する条件」や、発展内容ではあるが「ロルの定理」を挙げている教科書もある。

現行学習指導要領の数学C「式と曲線」の内容が、新学習指導要領では数学III(1)「平面上の曲線と複素数平面」に移行したことにより、陰関数や媒介変数表示された関数の導関数における指導が大変スムーズになる。現行学習指導要領では、数学Cの学習を前提としていない数学IIIの微分法で「媒介変数表示」や「媒介変数」という用語が登場するが、その直後「 $F(x,y)=0 \Leftrightarrow x=f(t), y=g(t)$ 」の変形を未習の状態での導関数を求めるという無理な学習内容がある。また、楕円については補足で紹介のみ、双曲線については参考グラフのみという扱いしかできなかった教科書は多かった。今回の改訂において、数学IIIと数学Cを融合したことによるメリットは特に大きいと感じる。

(4) 積分法

学習指導要領解説の内容には「積分法についての理解を深めるとともに、その有用性を認識し、事象の考察に活用できるようにする。」とある。

現行学習指導要領で「置換積分法は、 $ax+b=t$ 、 $x=asin\theta$ と置き換える程度とし、簡単なものについてはこれ以外に扱ってもよいが、その場合には置き換える関数を指示するものとする」「部分積分法は、簡単な関数について1回の適用で結果が得られるものにとどめ、複雑な計算は扱わない」という部分が、新学習指導要領では「置換積分法は $ax+b=t$ 、 $x=asin\theta$ と置き換えるものを中心に扱うものとする」「部分積分法は、簡単な関数について1回の適用で結果が得られるものを中心に扱うものとする」となった。(3)微分法と同様、より高度な内容の学習に発展させる可能性を示している。このことに伴い、2回の部分積分法を適用する例題や、研究内容ではあるが $e^x \sin x$ 、 $e^x \cos x$ の積分を扱っている教科書もある。

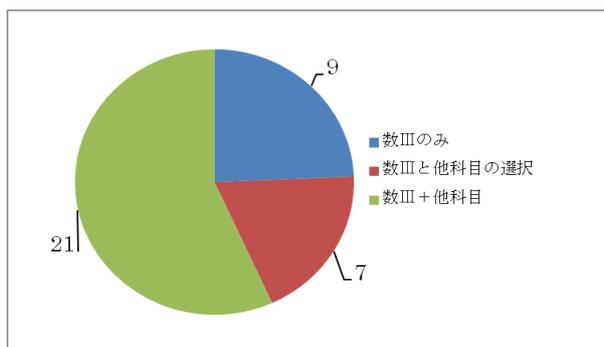
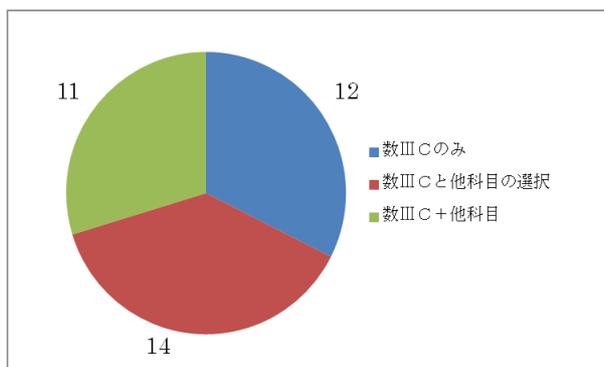
サイクロイドのように媒介変数で表された曲線によって囲まれた図形の面積を求める際にも、現行学習

指導要領による「曲線の媒介変数表示は数学Cの(2)式と曲線で扱う内容であり、履修しているとは限らないことに留意する」ことは(3)微分法と同様、必要がない。

まとめ

はじめにも書いたが、現行学習指導要領で数学Ⅲを履修させている学校の大半が数学Cも履修させているため、この2科目が1つになることに大きな抵抗がある学校は少ないだろう。ただし、現行学習指導要領はおろか、旧学習指導要領にもなかった標準単位数5という数は、ほぼ毎日授業があり教科書を進めやすいという利点がある反面、定期考査までの進捗が大きいと、生徒にとっては考査で大きな負担になりかねない。これまでは数学Ⅲと数学Cのそれぞれで行っていた定期考査が一本化されるわけである。単純に考えて考査範囲がほぼ倍増することになるため、さすがに理系で数学に強い関心を持って取り組む生徒が多いとはいえ、何らかの対策を講じていく必要があるのではないだろうか。演習の時間を多くとったり、単元別の小テストを数多く実施したりするなど、より細かな指導が大切となってくるであろう。また、日程的に可能であれば、数学Ⅲのテストを2日間に分けて定期考査を実施するのも一つの方法であると思われる。

今回の研究にあたって、県内各高校の先生方にアンケートをお願いした。アンケート内容は、現行学習指導要領(上段)と新学習指導要領(下段)で、数学Ⅲおよび数学Cに加えて、学校設定科目等を履修させているかどうか、というものである。その結果を以下に示す。



これを見ると、数学ⅢCを履修している37校のうち、それに加えて学校設定科目等を履修させていた学校が11校だったものが、ほぼ倍増の21校まで増えたことがわかる。数学Ⅲを履修する生徒の大半はセンター試験を受験するものと思われる。各校ともその対策に苦慮している部分もあると思われるが、その意味で学校設定科目を有効に活用し始めているのかもしれない。

ところで、学習指導要領研究委員会では、今回同様、約10年前に現行学習指導要領の数学Ⅲおよび数学Cについて研究した。その際に、中学校で学習内容が大幅に削除されたにもかかわらず、数学Ⅲと数学Cの到達点は旧学習指導要領と大きく変わらず、理系における3年生での数学の指導内容の多さにとまどった記憶がある。その意味では、今回の改訂で中学校の学習内容が大幅増となり、内容的には旧学習指導要領に近いものとなったため、高校での数学の指導内容だけ見れば少なくなったことになる。ただし、既に新学習指導要領での授業が始まって数年経過している中学校では、その学習内容の多さにとまどい、十分な学力を定着させる前に次分野に進まねばならない状況で、今まで以上に学力の二極化が進んでいるという話も聞いている。

また、数学Aと数学Bでの選択の幅が広がったことにより、その後の学習内容に影響が出ることも少なくない。場合によっては、数学Ⅲを履修することを踏まえて、選択分野の選定を再考しなければならないだろう。既に数学Iおよび数学Aの新学習指導要領における授業は進行している。これまでであれば、一度決めた選択分野は、次の学習指導要領改訂まで変化させることは少なかったと思われるが、今回の改訂では、果たしてそのままいいのだろうか。今まで以上に数学教員同士の学年間、そして中高の連携が大切になってくると思われる。状況によっては、各学年でどの分野をどう選択していくかということを経年再検討する必要が出てくるかもしれない。

《参考文献》

- 『高等学校学習指導要領解説(数学編 平成21年7月)』
http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afiedfile/2009/08/20
- 『高等学校学習指導要領解説(数学編 平成11年度)』
 文部科学省(平成17年一部補訂)