

新旧学習指導要領の研究

－新旧教科書の比較（数学Ⅰ・A）－

愛媛県立今治北高等学校 山瀬潤一郎
愛媛県立松山中央高等学校 岩城 俊哉
愛媛県立宇和島東高等学校 藤岡 敦子

はじめに

学習指導要領研究委員会では昨年までの3年間、数学Ⅰ～Ⅲ及び数学A・Bの新学習指導要領について研究を行った。新学習指導要領では以前、中学校から移行してきた内容の大半が再び中学校へ戻ることになったが、新しい内容も増え、各校とも指導には苦労されていることと思われる。そこで、今年度から3年計画で新旧教科書の比較を行い、実際に授業を行う上でベースとなる教科書がどう変わったのか、変更点を明らかにし指導する際の助けとしたい。

今年度は3年計画の初年度として数学Ⅰ・Aの比較を行いたい。数学Ⅰ・Aの大きな変更点は「データの分析」と「整数の性質」が追加されたことと数学Aが選択履修となったことである。その他にも「条件付き確率」の追加や「期待値」数学Bへの移行など細かな変更点は思った以上に多い。教科書を細かく見ていくことで、指導する上での注意点を研究していきたい。

1. 数と式

(1) 内容の対比

	新	旧
中学校	数学Ⅰ	数学Ⅰ・A
		(数学Ⅰ 第1章 方程式と不等式)
	第1節 式の計算	第1節 式の計算
	1. 整式	1. 多項式
	2. 整式の加法と減法および乗法	2. 多項式の加法・減法と乗法
第1学年	3. 因数分解	3. 因数分解
「数の集合と四則演算の可能性」	発展 3次式の展開と因数分解	発展 やや複雑な因数分解
	第2節 実数	第2節 実数
第3学年	4. 実数	4. 実数
「有理数と無理数」	5. 根号を含む式の計算	5. 根号を含む式の計算
	発展 2重根号	発展 2重根号
	第3節 1次不等式	第3節 1次不等式と2次方程式
	6. 1次不等式	6. 1次不等式
第1学年	7. 1次不等式の利用	
「大小関係を不等式を用いて表すこと」	研究 絶対値と場合分け	研究 絶対値と場合分け
		7. 2次方程式
		(数学A 第1章 場合の数と確率)
第3学年	第4節 集合と命題	第1節 集合とその要素の個数
	8. 集合	1. 集合
「二次方程式の解の公式」	9. 命題と条件	(数学A 第2章 論理と集合)
	10. 命題と証明	1. 命題と条件
		2. 逆・裏・対偶

(2) 特徴・考察・留意点

ア 式の計算

- ・3次の乗法公式及び因数分解の公式が数学Ⅱに移されたが、発展として教科書に示されている。
- ・因数分解では、共通因数のくくり出しが以前より強調されている。
- ・これまで発展として扱っていた4次以上の多項式の因数分解（置き換えて公式を使うもの）が削除されているが、演習問題Bに複2次式の因数分解が入っており、問題が精選されている。

イ 実数

- ・問題に出ていた「式の値」が応用例題として入ったが、3次の乗法公式及び因数分解の公式が発展の扱いとなったため、2次までの問題になっている。

ウ 集合と命題

- ・ここでは、旧課程数学Aの集合とその要素の個数の一部が移ってきている。ただし、集合の要素の個数に関する公式 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ などは数学Aの場合の数に移行されているので、まとめて指導したいところではある。
- ・背理法を用いた証明の流れが示され、生徒の理解を助けるのではないかなと思う。

2. 2次関数

(1) 内容の対比

	新	旧
中学校	数学Ⅰ	数学Ⅰ
	第1節 2次関数とグラフ	(第1章 方程式と不等式)
	1. 関数とグラフ	第3節 1次不等式と2次方程式
	2. 2次関数のグラフ	7. 2次方程式
第3学年	研究 グラフの移動	(第2章 2次関数)
「いろいろな事象と関数」	3. 2次関数の最大と最小	第1節 2次関数とグラフ
	4. 2次関数の決定	1. 関数とグラフ
	第2節 2次方程式と2次不等式	2. 2次関数のグラフ
	5. 2次方程式	研究 グラフの移動
	6. グラフと2次方程式	3. 2次関数の最大と最小
	発展 放物線と直線の共有点	4. 2次関数の決定
	7. グラフと2次不等式	第2節 2次不等式
	研究 絶対値を含む関数のグラフ	5. 2次関数のグラフとx軸の位置関係
		発展 放物線と直線の共有点
		6. 2次不等式

(2) 特徴・考察・留意点

ア 2次関数とグラフ

・「いろいろな事象を表す関数」が中学3年に移行されたため、2次関数の具体例としての郵便料金が削除された。逆に $y=|f(x)|$ のグラフは章末の「研究」に回り、より深い内容となっている。

・平方完成の注釈に「 $x^2-2x=x^2-2\cdot 1\cdot x+1^2-1^2=(x-1)^2-1^2$ 」という2乗の因数分解公式を強調した記述があったが、「 $x^2-kx=(x-k/2)^2-(k/2)^2$ 」という記述に変え、式変形の単純化を図っている。

・演習問題Bにしか出ていなかった「軸と定義域の位置関係で場合分け」を例題で登場させており、その重要性が伺える。

イ 2次方程式と2次不等式

・第1章に切り離されていた2次方程式がこの章に入り、平方完成→解の公式、2次方程式→2次不等式という自然の流れができた。

・演習問題Bにしかなかった場合分け問題などの応用問題が演習問題Aに回るなど、難化が顕著である。

イ 三角形への応用

・「三角形の1辺の長さとその両端の角の大きさが与えられた場合は、正弦定理を…」という部分の「その両端の角」が「2つの角」に、「2辺の長さとその間の角の大きさが与えられた場合は、余弦定理を…」という部分の「その間の角」が「1つの角」に変わった。これによって、余弦定理で隣辺を求める問題を例題で扱うなど、正弦定理・余弦定理の利用に柔軟性を持たせている。

・これまで3辺の長さや1つの角の大きさがわかっているときは正弦定理が利用されており、生徒は正弦の値から得られる2通りの角の大きさの処理に戸惑うこともあったが、今回余弦定理に変わりその問題点は解消されたように思う。

・例題の前に「鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形のいずれかを調べるには、最大の角を調べればよい」「正弦定理の関係式は $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$ と書きかえられる」「 $\triangle ABC$ の面積を S 、内接円の半径を r とすると、 $S=1/2r(a+b+c)$ 」などの必要となる考え方を明記することによって、解答を簡潔にしている。

3. 図形と計量

(1) 内容の対比

	新	旧
中学校	数学 I	数学 I
	第1節 三角比	第1節 三角比
	1. 三角比	1. 正接・正弦・余弦
	2. 三角比の相互関係	2. 三角比の相互関係
	3. 三角比の拡張	3. 三角比の拡張
	第2節 三角形への応用	第2節 正弦定理と余弦定理
	4. 正弦定理	4. 正弦定理
	5. 余弦定理	5. 余弦定理
	6. 正弦定理と余弦定理の応用	6. 正弦定理と余弦定理の応用
	7. 三角形の面積	第3節 図形の計量
	発展 ヘロンの公式	7. 三角形の面積
第1学年 「球の表面積・体積」		発展 ヘロンの公式
第3学年 「相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係」		8. 球の体積と表面積
		9. 相似と計量

(2) 特徴・考察・留意点

ア 三角比

・これまで、まず正接を定義し練習問題、その後正弦・余弦を定義し練習問題という流れであったものが、正接・正弦・余弦がまとめて定義されコンパクトになった。

・ $\sin \theta = a/c$, $\cos \theta = b/c$, $\tan \theta = a/b$ と記述されていた鋭角の三角比の定義が、それぞれ y/r , x/r , y/x となった。座標を用いた三角比の定義に合わせた形で統一感があるが、直角三角形の3辺の長さが x , y となぜ r なのか、生徒にとっては疑問に感じるところでもある。

4. データの分析

(1) 内容の対比

	新	旧
小・中学校	数学 I	数学B
小学校第6学年 「度数分布」	1. データの代表値	(第4章 統計とコンピュータ)
中学校第1学年 「代表値」	2. データの散らばりと四分位範囲	1. 資料の整理
中学校第3学年 「標本分布」	3. 分散と標準偏差	2. 資料の代表値
	4. データの相関	3. 資料の散らばり
	5. 表計算ソフトによるデータの分析	4. 変量の変換
		5. 相関係数
		6. コンピュータによる統計処理

(2) 特徴・考察・留意点

・「資料」は「データ」と、「相関図」は「散布図」と用語が改められた。

・中学校までに学習したヒストグラム、度数分布、階級、相対度数に関して、教科書は記載していない。学習内容が絞られ理解しやすくなったが、度数分布表を利用するような発展問題への対応も不可欠である。

・「データの分布と、平均値と中央値の大小関係」について考えるページがあり、生徒が陥りやすい「平均値を代表値とすること」が必ずしも適切でないことが伝わりやすくなっている。

・データの散らばりの度合いを表す「四分位範囲」「箱ひげ図」等を扱うことは、大いに生徒の興味・関心をひくことにつながると思われる。

・相関係数の求め方について、具体的に表を用いて値が求まるまでを例として示すなど、大変丁寧に解

説している。Σを使わないことや相関表を紹介していることも、相関係数に対する苦手意識を持たせないことや興味を持たせることを目的としているように感じる。

・表計算ソフトの利用については、入力・操作における実用性の高い技術や入力した計算式の意味等が、これまでよりも詳しく説明されている。

5. 場合の数と確率

(1) 内容の対比

新		旧
中学校	数学A	数学A・C
	第1節 場合の数	第1節 集合とその要素の個数
	1. 集合の要素の個数	1. 集合 →数学Iへ
	研究 3つの集合の和集合の要素の個数	2. 集合の要素の個数
	2. 場合の数	第2節 場合の数
	3. 順列	3. 場合の数
	4. 円順列・重複順列	4. 順列
	5. 組合せ	5. 円順列・重複順列
	研究 重複を許して取る組合せ	6. 組合せ
		研究 重複を許して取る組合せ
		7. 二項定理 →数学IIへ
		研究 $(a+b+c)^2$ の展開式
	第2節 確率	第3節 確率
	6. 事象と確率	8. 事象と確率
	7. 確率の基本性質	9. 確率の基本性質
	8. 独立な試行の確率	10. 独立な試行の確率
	9. 反復試行の確率	11. 反復試行の確率
		発展 積事象の確率
		12. 期待値 →数学Bへ
		(数学C 第3章 確率と確率分布)
	10. 条件付き確率	1. 条件付き確率
	研究 原因の確率	

(2) 特徴・考察・留意点

ア 場合の数

・集合は数学Iへ移り、集合の要素の個数だけ残っているため、効率的に授業を行うには、数学Iと数学Aの指導を計画的に行いたい。

・正の約数の個数だけでなく、その総和についての説明・問題が入り、少し難化したように思う。

・二項定理が数学IIへ移ったことで、場合の数から確率へと内容が自然な流れになったと思われる。

イ 確率

・条件付き確率が数学Cから移行された。条件付き確率は生徒にとって理解しがたい内容であるため、数学Cの教科書に比べ、例題・練習ともに増えている。

・期待値は数学Bへ移行した。数学Bを学習する際、ほとんどの生徒が「ベクトル」, 「数列」を選択すると思われるので、発展等で紹介だけでもしておきたい。

6. 図形の性質

(1) 内容の対比

新		旧
小・中学校	数学A	数学A
	第1節 平面図形	第1節 三角形の性質
	1. 三角形の辺の比	1. 三角形の辺の比
	2. 三角形の外心、内心、重心	2. 三角形の外心、内心、重心
	3. チェバの定理、メネラウスの定理	3. 三角形の辺と角
第3学年	研究 三角形の辺と角	研究 チェバの定理
「円周角と中心角の関係」		第2節 円の性質
		4. 円周角
	4. 円に内接する四角形	5. 円に内接する四角形
	5. 円と直線	6. 円と直線
	6. 方べきの定理	7. 方べきの定理
	7. 2つの円の位置関係	8. 2つの円の位置関係
	8. 作図	
	第2節 空間図形	
	9. 直線と平面	
	研究 三垂線の定理	
	10. 多面体	

(2) 特徴・考察・留意点

ア 平面図系

・これまでは研究であった「チェバの定理」と「メネラウスの定理」が追加された。「三角形の辺と角」については研究での扱いとなった。求値問題が多少増え、生徒にとって取り組みやすいよう配慮がなされている。

・円周角と中心角の関係が中学校へ移行されたため、円の弧と弦、円の内部と外部が削除された。円周角の定理と円周角の定理の逆は復習として残っている。

・「作図」の追加について、主な指導事項は平行な直線の作図と線分の内分点、外分点の作図、いろいろな長さの線分の作図である。線分の二等分線、角の二等分線、垂線の作図については中学1年で既習である。基本的な図形の性質等を活用する態度を育てることを目的としているように感じる。

イ 空間図形

・内容は、空間における直線や平面の位置関係やなす角、多面体の基本的な性質といった易しいものであるが、生徒の空間認識力を高めることにつながるのではないと思われる。数学Bの「ベクトル」とも関連が深い。

7. 整数の性質

(1) 内容の対比

新		旧
小・中学校	数学A	数学B
小学校第3学年 「正の整数の割り算」 小学校第5学年 「約数、倍数、最大公約数、最小公倍数」 中学校第1学年 「負の整数」 中学校第3学年 「素因数分解」	第1節 約数と倍数 1. 約数と倍数 2. 最大公約数と最小公倍数 研究 最大公約数、最小公倍数の性質 3. 整数の割り算と商および余り 研究 自然数の積と素因数の個数 研究 割り算の余りの性質 発展 合同式 第2節 ユークリッドの互除法 4. ユークリッドの互除法 5. 1次不定方程式 第3節 整数の性質の活用 6. n進数 7. 分数と小数	(第5章 数値計算とコンピュータ) 第2節 いろいろなアルゴリズム 6. 整数 7. 記数法の変換

(2) 特徴・考察・留意点

ア 約数と倍数

- ・約数や素因数分解については旧数学Bの数値計算とコンピュータで簡単に取り上げられてはいたが、今回しっかりと定義され、丁寧に説明されている。
- ・約数や倍数は小学校で学んでいるが、0や負の数の範囲まで含めて扱うのは今回が初めてである。教科書では0や負の数の約数、倍数のことはあまり触れていないため、注意が必要であろう。
- ・約数の個数はこれまで場合の数の応用例題の中で触れられているだけであった。約数と素因数の例を示し、実感しやすい内容になっている。
- ・「約数と倍数」の一節に研究と発展を合わせて4項目とかなり多い。生徒の実情に合わせて取捨選択が必要であろう。

イ ユークリッドの互除法

- ・数値計算とコンピュータでは最大公約数を計算する場合の例として91と77を使っている。今回は247と91を例としており、計算経過を増やすことで、どのような操作を行っているかを具体的に示そうとしている。

ウ 整数の性質の活用

- ・循環小数の説明は数学Iでの説明と比べると筆算の例も提示し、実際にどう計算するのが分かりやすい。また、分数 $\frac{m}{n}$ が循環小数の場合、循環節の長さが $n-1$ 以下であることが理解しやすくなっている。
- ・循環小数と有限小数の違いが単なる見かけに過ぎないということがn進数と循環小数を同じ節で扱うことで、より理解しやすく、興味を引く内容になっている。

まとめ

今回、新旧の教科書を比較して一番最初に感じたのは教科書の厚さの違いである。数学Iは168ページから208ページ、数学Aは128ページから176ページにそれぞれ増えている。数学Aは選択履修になったので、ページ数が増えることは当然と言えるが、実際には「場合の数と確率」「図形の性質」「整数の性質」の3章とも行う高校も少なくない。数学Iは単位数に変更がないにもかかわらず、40ページ増となっている。また、ページ数だけではなく条件付き確率や整数問題など難易度の高い内容も増えている。その内容を分かりやすく説明しようと丁寧な記述が増えていることも今回の研究で感じられた。他にも課題学習が取り入れられたこともページ数増の原因の一つであろう。課題学習は知識・技能を活用する力を育成し、数学のよさを認識させるために導入されたが、この盛り沢山の内容を指導していく中で生徒が消化不良を起こさないように取り組まねばならない。

新学習指導要領の数学科の目標では「数学的な見方や考え方のよさ」から「数学のよさ」に変更されている。教科書でも数学の実用性や汎用性などの数学の特長や、数学的活動や思索することの楽しさなどを表そうとしているのを感じた。数学をただ理解させるのではなく、数学の素晴らしさを知ってもらうためにはどうすれば良いのか。数学を学ぶ理由が、「受験に必要だから」では少し寂しい。学ぶことの意義を自ら考えられるよう、数学的活動を生かした指導を一層充実する必要があるであろう。

《参考文献》

- ・『高等学校学習指導要領解説（数学編 平成21年7月）』
- ・『高等学校学習指導要領解説（数学編 平成11年度）』
文部科学省（平成17年一部補訂）
- ・大島利雄ほか13名『数学I』
数研出版株式会社発行（平成23年検定済）
- ・坪井俊ほか13名『数学A』
数研出版株式会社発行（平成23年検定済）
- ・川中宣明ほか16名『改訂版 数学I』
数研出版株式会社発行（平成18年検定済）
- ・坪井俊ほか16名『改訂版 数学A』
数研出版株式会社発行（平成18年検定済）
- ・川中宣明ほか16名『改訂版 数学II』
数研出版株式会社発行（平成19年検定済）
- ・大島利雄ほか16名『改訂版 数学B』
数研出版株式会社発行（平成19年検定済）