問題作成を取り入れた指導法の研究

愛媛県立小松高等学校　笹　岡　慎太郎

１　はじめに

本校は現在、各学年普通科３クラス、家庭科１クラスを有する高校である。普通科では、２年次より各自の進路希望により３つのコース(類型)に分かれる。私が今年度受け持っている１年１組(習熟度高クラス)、２年３組(進学選抜クラス)の受講者は四年制大学進学を考えている生徒が多い。授業には大変真面目に取り組んでいるが、数学が苦手と感じている生徒もいる。そこで、授業の中で「生徒の問題作成」を取り入れることによる効果について、研究を行った。

２　研究の目標

(1)　問題解決力を高める。

(2)　学習意欲の向上と学習内容の理解の深化。

(3)　創造性を伸ばす。

３　研究の方法および内容

澤田利夫によれば「問題作り」とは、与えられた一つの問題(原題)から出発し、その問題の構成要素を類似なものや一般的なものに置き換えるなどして新しい問題を作り、子ども自ら解決しようとする主体的な学習活動である。これをもとに本研究の問題作成の過程を整理すると次(図１)のようになる。

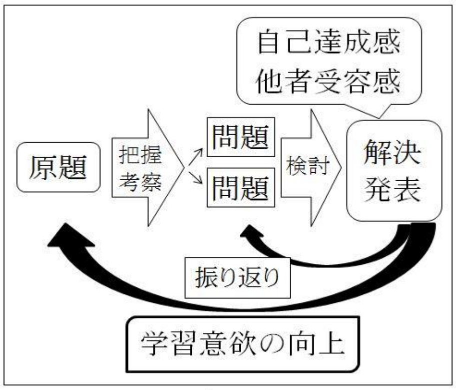


図1

⑴　研究の方法

次のように問題作りを伴う授業を計画した。

ア　実施年月

平成 26 年５月～平成 26 年 11 月末

イ　対象生徒

１年１組 40 名、２年３組 20 名

ウ　実施計画

(ｱ)　課題の形で、数学ⅠAⅡB の範囲における問題作りを行う。教科書や問題集、模試の過去問を原題として考察する。問題が完成したら、別解を含め解法を考える。

(ｲ)　作成された問題を全体の課題とし、次の授業で出題者による解説を行う。

(ｳ)　問題に対する感想や意見を記入する。

問題が作成された時点(解説も含む)で、全体の課題としていたので、その時に授業で行っている分野の場合もあるし、過去に行った分野の場合もある。

⑵　作成された主な問題

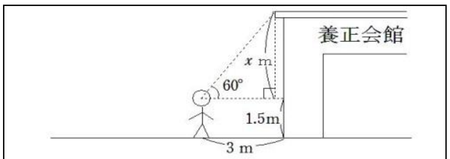
実際に生徒が作成した問題を掲載する。

ア　図形と計量

【問題】

小松高校にある養正会館は創立100周年に建てられたものである。
養正会館から３m離れたところから，建物の一番上を見上げると，およそ 60° であった。
養正会館の高さを求めよ。ただし，目の高さを 1.5m とする。

【解説】



図の直角三角形において，

$$\frac{x}{3}=\tan 60^\circ$$

$$x=3\times\tan 60^\circ=3\times 1.7321$$
$$=5.1963$$

小数第２位を四捨五入すると

$$x=5.2$$

よって，建物の高さは，

$$5.2+1.5=6.7$$

およそ 6.7m

イ　１次不等式

【問題】

ようせいくんとみきゃんが買い物に行った。ようせいくんは，１個100円のチョコレートを何個か買い，みきゃんは１個20円のみかんを何個か買った。２人の合計個数は40個である。レジへ行き，支払いをしようとしたら，うずらんが１個 10 円のアメを６個持ってきた。買わなければ，うずらんは泣き叫ぶのでようせいくんは仕方なくそれも買うことにした。全ての合計金額を1500円以下にするとき，チョコレートは最大で何個買えるか。

【解説】

チョコレートの個数を x 個とすると，
みかんの個数は $(40-x)$ 個となる。

$$100x+20(40-x)+10\times 6\leqq 1500$$
$$100x+800-20x+60\leqq 1500$$
$$80x\leqq 640$$
$$x\leqq 8$$

不等式を満たす最大の自然数 x は　$x=8$
よって，チョコレートは最大で８個買える。

小松高校イメージキャラクター
”ようせいくん”

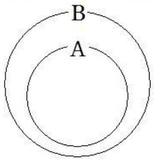
ウ　場合の数

【問題】

AKB 48 の 48 人全員で焼肉屋へ行った。33 人が牛タンを食べ，42 人がハラミを食べた。牛タンとハラミを両方食べた人数を m とするとき，m のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

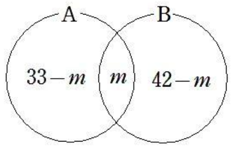
【解説】

牛タンを食べた人の集合をA，ハラミを食べた人の集合をBとする。
m が最大となるのは，



のときなので，

このとき，$m=33$
また，m が最小となるのは，
$\overline{\mathrm{A}\cup B}=\varnothing$ のとき，つまり



$33-m+m+42-m=48$ のときである。
これを解くと，$m=27$
よって，m の最大値 33，最小値 27

エ　図形と方程式

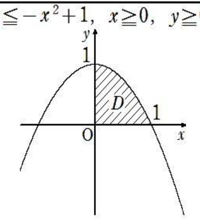
【問題】

$x^2+y\leqq 1$，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ の表す領域を D とする。
直線 $y=-3x+k$ が領域 D と共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。

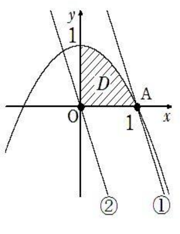
出題者は、当初は $x^2+y^2\leqq 1$ のつもりだったが、２乗を書き忘れて上記の問題となった。出題者は「２乗を付け加えていいですか」と言ってきたが、解ける問題なので、このままの形にした。

【解説】

$y\leqq -x^2+1$，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ の表す領域 D を図示すると，



となり，$y=-3x+k$ が領域 D と共有点をもつような場合は，



直線が図のように②から①までを動くときである。
①の場合は，点A(1, 0) を通るので，
$0=-3\cdot 1+k$
$k=3$
②の場合は，原点を通るので，
$k=0$
よって，$0\leqq k\leqq 3$

オ　高次方程式

【問題】

方程式 $x^3-2(k+1)x^2+4(k+1)x-8=0$ が異なる３つの正の解をもつとき，k のとり得る範囲を求めよ。

【解説】

$f(x)=x^3-2(k+1)x^2+4(k+1)x-8$　とおく。
$f(2)=2^3-2(k+1)\cdot 2^2+4(k+1)\cdot 2-8$
$=8-8k-8+8k+8-8=0$　より
$f(x)$ は $x-2$ を因数にもつ。
$f(x)=(x-2)(x^2-2kx+4)$ と因数分解できる。
$f(x)=0$ が異なる３つの正の解をもつようにするには，
$x^2-2kx+4=0$
が，$x=2$ 以外の異なる正の解を２個もてばよいので
$g(x)=x^2-2kx+4$　とすると，

$$\begin{cases} D>0 & \cdots ① \\ \text{軸 } x=k>0 & \cdots ② \\ g(0)>0 & \cdots ③ \end{cases}$$

と，$g(2)\neq 0$ つまり，$k\neq 2$ がいえればよい。
①より，$\dfrac{D}{4}=k^2-4>0$
$(k+2)(k-2)>0$　　$k<-2,\ 2<k$ …①′
③より，$4>0$ より適する。
よって，$k>2$

⑶　感想

問題作成の授業が一通り終わった後、感想を記入させた。

・考える時間が圧倒的に増えた。
・問題を見た時に、類似問題を過去に解いていないか調べる癖がついた。
・自分が作成した問題が週明けテストに出題されたので嬉しかった。
・良い復習になった。
・作成した問題に不備があった時に、なぜなのかということを考えているうちに、内容を整理して考える力がついたと思う。
・授業の進度が他のクラスと比べて遅いので、テスト前に困る。
・計画的に作成しないと、後々しんどくなって、問題作成がいい加減になってしまう。

４　まとめと今後の課題

問題作成を通して、生徒は達成感や解決意欲を持って取り組めていたように思う。生徒間のコミュニケーションも増え、休み時間や放課後等で問題について議論する場面が見られた。最初は積極的ではなかった生徒も他の生徒が問題を完成させていくにつれて、少しずつ作成に取りかかっていた。出題者による解説時にこちらが投げかけなくても自然に質問する場面が増えてきた。また、この取組を行ってからは生徒が積極的に質問に来るようになり、授業での集中力も増したように思う。取組が終わってからも、その状態が続くように促していきたいと思う。

課題としては、授業進度を考慮した問題作成の授業運営や、作成された問題に対する評価、実施方法などが挙げられる。今後、生徒の学力向上に繋がるような指導法を研究し、実践していきたい。

参考文献

澤田利夫・竹内芳男「問題から問題へ～問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善～」東洋館