

数学における文章読解に関する指導法の研究

愛媛県立大洲高等学校 井上 晋二

1 概要

2次不等式の文章問題において、2次不等式を解くこと、文を数学的に表現すること、文のつながりを把握することに分けて教えた。このような取組を通して、2次不等式の文章問題の解を導くことの出来る生徒が増えた。

2 序論

1年生商業科39名に対して10月前半にアンケートをとると、数学を苦手とする生徒は17名いた。また、定期考査などの解答を見ていると、不等式は解けるが文章問題を苦手とする生徒がいた。このことから、数学に苦手意識を持っている生徒は、文章問題の理解が不十分だと考えた。実際、「数学の得意・不得意」と「文章問題の得意・不得意」に関するアンケートを実施したところ、それらの相関係数は0.75と強い正の相関があった。また、苦手意識は、学習の妨げとなる大きな要因である。そこで、文章問題に対する理解を深めさせようと考え、今回の研究主題を設定した。

さて、数学の文章問題は文章量が多いとはいえない。例えば、「新版数学I」の2次不等式の応用問題^{*1}は次の通りである。

問1

「周囲の長さが60mの長方形の公園をつくる。
この公園は面積が 200m^2 以上で、横の長さが縦の長さより長いものにした。
このとき、縦の長さのとり得る値の範囲を求めよ。」

文の数は、3文である。しかし、生徒はこのような文章問題でつまづきやすい。この原因は何であろうか。私は、数学的な表現や処理に関する能力と論理的読解力に主な原因があると考えた。ここでいう論理的読解力とは、国際標準論理文章能力検定で定義されている「論理的読解力B」である。詳しくは、「文章構造を論理的に解析する力、文と文との論理的関係、段落と段落との論理的関係、文章全体の論理構造を把握する力の事である^{*2}」。

本研究では、学習進度の兼ね合いと実生活に関連した文章問題として2次不等式の応用問題を扱うことにした。生徒については、私が担当している1年生商業科39名に対して、この問題を扱うことにした。

方法として、数学的な表現や処理に関する能力は授業や課題において向上させる。また、論理的読解力はSPIの文章整序問題を用いて向上させることにした。この活動を通して、数学における文章問題の理解を深め、解答

を自ら導くことができるようにさせる。

3 本論

(1) 文章問題の細分化

問1について、教科書に沿って解説を行った。その5日後、問1を解かせたところ、正解が2名、空白が20名であった。残り17名は、部分的にはできている解答であった。そこで、生徒に尋ねたところ、文章問題は何をすればよいか分からなくなると話した。また、解説を聞いたときは分かるが、自分で解くときには、解き方を忘れてしまうようである。

そこで、生徒の理解を深めさせるため、問1を次のように細分化して教えることにした。

- ア 2次不等式を解かせる
- イ 文を数学的に表現させる
- ウ 文のつながりを把握させる

ア 2次不等式を解かせる

2次不等式を解く問題については、宿題や演習プリントを作成して解かせるようにした。継続して練習すれば、ほとんどの生徒が解けるようになった。しかし、1週間以上演習をしなければ10名程が解けなくなっていた。そこで、同じ様な問題で繰り返し練習させ、忘れないようにさせた。

イ 文を数学的に表現する

次に、文章から数式をつくる練習をさせた。

問2

周囲の長さが20mの長方形をつくる。
縦の長さを $x\text{m}$ とすると、横の長さを x を用いて表せ。

問3

縦を $x\text{m}$ 、横を $10-x\text{m}$ とする。長方形の面積が 200m^2 以上となる時 x を用いた式で表せ。

問4

縦を $x\text{m}$ 、横を $20-x\text{m}$ とする。横の長さを縦の長さより長くしたい。このとき、 x の範囲を求めよ。

どの問題も、正答率は8割ほどであった。主な誤答例は、問3でイコールがないことや、不等号の向きが逆であった。また、問4において $0 < x$ という

条件を忘れていた。

このような問題を解かせたとき、生徒は自然と話し合いを始め、意欲的に取り組んでいた。

次に、問1の数値を変えた問題を解かせることにした。そうすると、生徒は問題を解いている最中に、「さっき、習った。」「できる。」などといった声があがった。実際、文章から数式に変換できる生徒が増えてきた。

ウ 文のつながりを把握させる

問1の採点をする中、 $10 \leq x \leq 20$ を答えとする解答が見られた。これは、文のつながりを把握していないため、すべき事がわからなくなったと考えられる。

そこで、文章問題において、すべきことを生徒自身が判断できるようにさせるため、文のつながりについて解説した。ただし、以下の解説では問1を用いている。

まず、問1を次のように箇条書きにした。

- ① 周囲の長さが60mの長方形の公園をつくる
- ② この公園は面積が200m²以上
- ③ 横の長さが縦の長さより長い
- ④ 縦の長さのとり得る値の範囲を求める

まず、長方形の縦の長さを x m ($x > 0$) ……⑤として、①から③を数式化する。

- ① 周囲の長さが60mの長方形の公園をつくる

$$\frac{2 \times (\text{縦}) + 2 \times (\text{横})}{\text{周囲の長さ}} = 60$$

$$2x + 2(\text{横}) = 60$$

$$2(\text{横}) = 60 - 2x$$

$$(\text{横}) = 30 - x \quad \dots\dots⑥$$

- ② この公園は面積が200 m²以上

$$(\text{縦}) \times (\text{横}) \geq 200$$

①より

$$x(30 - x) \geq 200$$

$$-x^2 + 30x - 200 \geq 0$$

$$x^2 - 30x + 200 \leq 0$$

$$(x - 10)(x - 20) \leq 0$$

$$10 \leq x \leq 20 \quad \dots\dots⑦$$

さらに、アとイの練習により、①から⑥、②から⑦、③から⑧が導ける力が身に付いていることを生徒に話すと、嬉しそうにしていた。

- ③ 横の長さが縦の長さより長い
(横) > (縦)

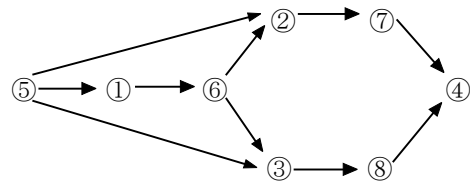
$$30 - x > x$$

$$2x < 30$$

$$x < 15$$

また、辺の長さは正より $x > 0$ であるから、
 $0 < x < 15 \quad \dots\dots⑧$

次に、①から⑧の関連性を図で表すよう指示したが、生徒は図をかくことはできなかった。そこで、関連図を説明し、文のつながりを把握させた。



以上から、次のようにして解を得ることを説明した。

⑦と⑧を同時に満たす x の値の範囲は

$$10 \leq x < 15$$

したがって、縦の長さのとり得る値の範囲は

$$10 \text{ m 以上 } 15 \text{ m 未満}$$

である。

(2) 論理的読解力

文のつながりを把握させるために、その度に文章問題を解いては時間がかかるので、SPIの文章整序問題^{※3}を少し変えて取り組んだ。

問5

「次のA～Eの文を意味が通るように並び替えなさい。

- A また、自転車は健康にも良いし、車に乗っているは見逃してしまう街の良さを再発見できる機会を与えてくれる。
- B しかし、自転車利用者の増加には、自転車専用道路の増加や整備は必要不可欠であり、今後の大きな課題である。
- C 車の交通量が多いマルセイユは、車よりも自転車の利用者が多いオランダの都市を見習うべきである。
- D このような理由から、私は自転車利用の促進を支持する。
- E なぜなら、自転車は無料で、しかも環境に優しい交通手段だからである」。

答えは、C→E→A→D→Bである。

SPIでの文章整序問題は、Bの次にくる文を記号で答えるような問題である。しかし、それでは他の文のつながりを考慮しなくなると考え、すべて並び替える問題にした。また、SPIの問題であれば、数学だけではなく就職試験の際にも役立つ。さらに、5分ほどで取り組めることにも利点がある。

このような問題を1回に2問出題し、計3回実施した。正答率はどれも5割から6割であり、計3回では目立った変化は見られなかった。しかし、生徒の取り組みは意欲的であった。

(3) 調査

以上のような活動を通して、1週間後、次の問題を解かせた。

問6

次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2 - 3x - 18 > 0$ (2) $x^2 - 64 < 0$
 (3) $x^2 - 2x - 24 \leq 0$ (4) $x^2 - 13x + 40 \geq 0$

満点の生徒は18名であり、3問解けた生徒は5名であった。すべて間違えた生徒は10名いた。誤答例としては、次のようであった。

正答： $-8 < x < 8$

誤答： $x < -8, 8 < x$

$x = -8, 8$

-8以外のすべての実数

授業が進んだため、2次方程式、2次関数のグラフとx軸が接する場合などと混同していた。

また、演習を通して、理解させていきたい。

次に、問1の文章表現を変えた問題を解かせた。

問7

「周の長さが16mで、縦の長さが横の長さ以上の長方形を作る。縦の長さをどのような範囲にすると、長方形の面積が 15m^2 より大きくなるか^{*4}」。

正答者は4名であった。ミスはあるが、答えが求まっている生徒は5名いた。さらに、文章問題において空白の解答が20名から7名に減っていた。また、図1のように間違えはあるが、文章から数式化しようとする姿勢が見られた。さらに、図3のように模範的な解答を示した生徒もいた。

しかし、図2のように条件を見落としている解答もあり、論理的読解力については大きな変化は見られなかった。

図1

図2

図3

4 結論

以上より本研究において、問5の問題を6問実施するだけでは、文のつながりの把握について目立った変化は見られなかった。しかし、文章を数式化する力は身に付き、2次不等式の文章問題への理解が深まった生徒が増えた。

5 論議

本研究では、問1のような文章問題や、文章を数式化することや、問5のような問題には3回程しか実施しなかった。その理由として、授業時数が少ないことや文章の数式化や文章整序は、ある程度備わっていると思い、すぐに身に付くものだと考えたからである。しかし、問5の問題については、早い時期から取り組めばよかった。

また、本研究は1年生商業科の生徒に対して調査したが、普通科の生徒にも応用できると考えている。例えば、2015年のセンター試験数学II+Bの第4問^{*5}を参考に

「1辺の長さが1のひし形OABCにおいて、 $\angle AOC = 120^\circ$ とする。辺ABを2:1に内分する点をPとし、直線BC上に点Qを $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OQ}$ となるようにとる。以下、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

(1) 三角形OPQの面積を求めよう。

$\overrightarrow{OP} = \frac{\text{ア}}{\text{イ}} \vec{a} + \frac{\text{ウ}}{\text{イ}} \vec{b}$ である。実数tを用い

て $\overrightarrow{OQ} = (1-t)\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OC}$ と表されるので、

$\overrightarrow{OQ} = \frac{\text{エ}}{\text{イ}} t\vec{a} + \vec{b}$ である」。 (以下、略)

第4問は14文からなる文章問題といえる。しかし、14文すべて読んでから解答を進めなくてもよい。実際のところ、(1)の \overline{OP} を求めるには、最初の3文から求まる。

数学の問題を解くには大体2、3文の文章からポイントを判断することが大切である。このように考えれば、問題が1～3文からなる数学の問題、つまり基礎・基本問題で練習することは、センター試験のように文章が長めの問題においても有効である。

また、基礎・基本問題を繰り返し練習することで、数学的な表現や処理する能力を高めることが出来る。

さらに、センター試験のような問題では、文と文のつながりを把握する事も大切となるので、論理的読解力が求められる。

次は、普通科の生徒に対して研究したいと思う。

6 文献

- (1) 岡本和夫 『新版数学 I』 実教出版、2014 年、105 頁。
- (2) 基礎力財団 「各レベルの出題内容と難易度」、オンライン、「基礎力財団ホームページ」、インターネット、
http://www.kisoryoku.or.jp/wpadm/wp-content/themes/kiso/img/ronri/level/ronri_level.pdf
(2015/11/19)。
- (3) Study Pro 「例題 (文の並び替え)」、オンライン、「SPI 試験問題集 ～SPI2・SPI3 対応～」、インターネット、
<http://saisokuspi.com/gengo/bunnonarabikae/roidai/> (2015/11/19)。
- (4) Studyaid D.B. 『基本と演習テーマ数学 I』 数研出版、テーマ例題 66。
- (5) 大学入試センター 「数学 II・数学 B」、24-25 頁、「平成 27 年度本試験の問題」、オンライン、
<http://www.dnc.ac.jp/albums/abm.php?f=abm00004813.pdf&n=2701-0502+suugaku2B.pdf> (2015/12/4)。
- (6) 岡田禎雄 「『数学的な表現力』について考える」『教科研究 中学校数学』184 号、1-5 頁、オンライン、「学校図書株式会社」、インターネット、
http://www.gakuto.co.jp/kouhou/high_sugaku/
(2015/11/16)。