

新学習指導要領の研究

— 新旧教科書の比較（数学Ⅲ） —

愛媛県立今治北高等学校 山瀬潤一郎
愛媛県立北条高等学校 砂田 佳範
愛媛県立南宇和高等学校 黒江 英隆

はじめに

学習指導要領研究委員会では平成 25 年度から 3 年計画で新旧教科書の比較を行っている。旧課程との変更点を知ってもらい、授業で役立ててもらいたい。

今年は 3 年目として数学Ⅲの教科書の比較を行う。数学Ⅲの大きな変更点は 2 つある。1 つめは数学Ⅲと数学 C が統合されたこと、2 つめは行列がなくなり、複素数平面が復活したことである。数学Ⅲは主に理系を選択した生徒しか履修しない難易度の高い科目である。そのため、生徒全員に理解させることが難しい。新しい教科書では理解につまずきやすい箇所へどのような手立てがなされているか、詳細に比較を行った。どういう意図でどういう変更が行われたのかを研究していくこととする。

1. 複素数平面

(1) 内容の対比

新	旧
数学Ⅲ	数学C
1. 複素数平面	(第2章 式と曲線)
2. 複素数の極形式と乗法、除法	第2節 媒介変数表示と極座標
3. ド・モアブルの定理	8. 極座標と極方程式
4. 複素数と図形	

(2) 特徴・考察・留意点

- ・複素数平面は、数学Ⅱで学んだ複素数を平面上の点として表すことになるが、虚軸の説明には例と練習問題で図示されているため理解しやすいと思われる。
- ・複素数の実数倍と加法、減法については、数学Bのベクトルの計算と同様にとらえることを紹介すれば生徒は理解しやすいと思われる。
- ・数学Ⅱでは「虚数については大小関係や正、負は考えない」と指導しているため、複素数の絶対値を大きさと言わないように指導の際には注意が必要である。
- ・極形式の表し方は、三角関数の合成と類似していることに加え、複素数の乗法、除法については、三角関数の加法定理が使われるため、適宜確認しておく必要がある。
- ・ド・モアブルの定理を用いると、1 の n 乗根は単位円を n 等分する分点にある事が示されており、定

理と併せて非常に美しい性質を持っているため数学の魅力伝える例としたい。

・複素数と図形の項目では、数学Ⅱの図形と方程式で既習の内容が複素数平面でも成り立つことが紹介されている。また、円の方程式は数学Bのベクトル方程式と同様に考えることができる。そこから複素数平面の問題であってもベクトルの問題として解くことができるような指導法も考えられる。

2 式と曲線

(1) 内容の対比

新	旧
数学Ⅲ	数学C
第1節 2次曲線	第1節 2次曲線
1. 放物線	1. 放物線
2. 楕円	2. 楕円
3. 双曲線	3. 双曲線
4. 2次曲線の平行移動	4. 2次曲線の平行移動
研究 直角双曲線 $xy=1$	発展 双曲線の回転
5. 2次曲線と直線	5. 2次曲線と直線
研究 接線の方程式の一般形	研究 接線の方程式の一般形
6. 2次曲線の性質	6. 2次曲線の性質
第2節 媒介変数表示と極座標	第2節 媒介変数表示と極座標
7. 曲線の媒介変数表示	7. 曲線の媒介変数表示
研究 いろいろな曲線の媒介変数表示	
8. 極座標と極方程式	8. 極座標と極方程式
9. コンピュータといろいろな曲線	9. コンピュータといろいろな曲線

(2) 特徴・考察・留意点

- ・楕円の長軸・短軸の説明が旧課程ではグラフを使った説明であったが、言葉のみで定義されている。
- ・焦点の座標が説明が若干詳しくなっており、旧課程では例に焦点の座標の計算課程はなかったが、途中式が掲載されている。
- ・行列が指導内容から除かれたため、双曲線を回転させるのではなく、漸近線等の比較から $xy=1$ が直角双曲線であることを示している。
- ・2 次曲線と直線の共有点を今まで場合分けをして共有点の個数を求める例題から始まっていたが、変数を含まない共有点の座標を求める問題を最初に入れることで理解しやすくなっている。

- ・媒介変数の別名としてパラメータが紹介されている。
- ・楕円の媒介変数表示の前に円の媒介変数表示が例示されており、分かりやすくなっている。
- ・双曲線の媒介変数表示でも説明に途中式が増えている。
- ・極座標と極方程式ではほとんど変更点は見られない。

3. 関数

(1) 内容の対比

新	旧
数学Ⅲ	数学Ⅲ
1. 分数関数	1. 分数関数
2. 無理関数	2. 無理関数
3. 逆関数と合成関数	3. 逆関数と合成関数

(2) 特徴・考察・留意点

- ・ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ のグラフと $y = \frac{k}{x}$ のグラフの平行移動の関係についての記述が削除されている。
- ・ 無理不等式を解く練習問題の前に、無理方程式が追加されている。
- ・ 定義域と値域が異なる場合の合成関数についての注意書きが追加されている。

4. 極限

(1) 内容の対比

新	旧
数学Ⅲ	数学Ⅲ
第1節 数列の極限	第1節 数列の極限
1. 数列の極限	1. 数列の極限
2. 無限等比数列	2. 無限等比数列
3. 無限級数	3. 無限級数
第2節 関数の極限	第2節 関数の極限
4. 関数の極限	4. 関数の極限
5. 三角関数と極限	5. 三角関数と極限
6. 関数の連続性	6. 関数の連続性

(2) 特徴・考察・留意点

- ・ n を限りなく大きくしたとき第 n 項がどのようになるか具体例を示し、用語の定義や表記の仕方を説明するよう工夫されている。
- ・ 無限級数の収束、発散を調べる練習では無限級数を Σ を用いて表されており、難易度を落としている。

・ 三角関数の極限では、 $y = \sin \frac{1}{x}$, $y = x \sin \frac{1}{x}$ の

グラフを図示、0 に近づいていく様子を視覚的に理解しやすいように工夫されている。

- ・ 関数の連続性では、今までよりもさらに説明を増やし生徒の理解につなげるよう配慮されている。

5. 微分法

(1) 内容の対比

新	旧
数学Ⅲ	数学Ⅲ
1. 微分係数と導関数	1. 微分係数と導関数
2. 導関数の計算	2. 導関数の計算
3. いろいろな関数の導関数	3. いろいろな関数の導関数
4. 第n次導関数	4. 高次導関数
5. 関数のいろいろな表し方と導関数	5. 関数のいろいろな表し方と導関数

(2) 特徴・考察・留意点

ア 微分法

- ・ 微分係数の説明中に、微分係数「または変化率」という文言が追加されている。
- ・ 極限の取り方の説明が一部変更されているが大差ないと考えられる。
- ・ 連続であっても微分可能でない例の説明途中で、「微分係数については」という表現が消えている。極限值が存在しないために、微分係数の定義を満たしていないことから変更されたと考えられる。
- ・ 例2で導関数を求める途中計算が、より詳しくなっており理解しやすくなった。
- ・ 積の導関数の例・練習問題ともに、次数が上がっている。現行課程では数学Ⅱで4次式以上の微分も既習のものであることが影響していると思われる。また、それに合わせてn次式の微分の練習問題が省略されている。
- ・ 合成関数・逆関数の微分法では、例の解説中に合成関数の微分法を用いたことが明記されるようになり、理解しやすくなった。また、例題の式がどの式の合成関数であるかを、【注意】として補足説明されるようになった。
- ・ x の有理数乗の導関数の説明に具体例が追加された。逆関数の微分法を利用しなくても容易に解けることが分かる。
- ・ 三角関数の導関数を求める解説に、三角関数の加法定理を用いることが明記され、生徒の理解に役立つと思われる。
- ・ 三角関数の微分の練習問題でも、各関数の成り立ちが追加説明されている。例題の途中計算もより詳しくなり、生徒は理解しやすくなった。
- ・ 対数関数の導関数では、応用例題の解説後に【注意】として、対数微分法のこと紹介されるようになった。
- ・ 高次導関数から第n次導関数へとタイトルが変更された。それに伴い高次導関数の用語自体が紹介されなくなった。
- ・ 第2次・第3次導関数の説明と例題・練習問題の順序が一部変更されているが指導において特に問題はないと考えられる。
- ・ 指数関数と三角関数の積の導関数の問・練習問題

が、例題を経てからの練習問題となり、生徒は理解しやすくなっている。

- ・第n次導関数は練習問題の量が増えている。
- ・媒介変数表示と導関数と、方程式 $F(x, y) = 0$ で定められる関数の導関数の順序が前後しているが指導には問題ないと思われる。
- ・曲線の媒介変数表示が、旧課程では数学Cだったものが現行では数学IIIに含まれているため、説明等は省略されている。

6. 微分法の応用

(1) 内容の対比

新 数学III	旧 数学III
第1節 導関数の応用	第1節 導関数の応用
1. 接線と法線	1. 接線と法線
研究 方程式の重解と微分	研究 方程式の重解と微分
2. 平均値の定理	2. 平均値の定理
発展 平均値の定理の証明	
3. 関数の値の変化	3. 関数の値の変化
4. 関数の最大と最小	4. 関数の最大と最小
5. 関数のグラフ	5. 関数のグラフ
6. 方程式, 不等式への応用	6. 方程式, 不等式への応用
第2節 速度と近似式	第2節 速度と近似式
7. 速度と加速度	7. 速度と加速度
8. 近似式	8. 近似式
発展 1次と2次の近似式	

(2) 特徴・考察・留意点

ア 導関数の応用

- ・法線の説明において、 $f'(a) = 0$ のときが【注意】から通常の内容に変更されている。
- ・応用例題1の曲線上にない点からの接線の求め方が誘導型式となり、理解しやすくなった。また、練習問題もその解説に応じた問かけとなっている。
- ・ $F(x, y) = 0$ で表される曲線の接線と、2つの曲線の共有点における接線を求める問題は、順番が前後した上に、それぞれ法線も求めるようになった。また、2つの曲線の共有点に関する問題は、旧課程では共有点において接線が直行する場合を考え、現行では共通の接線を持つ場合について、という具合に変更されている。直線の平行と垂直であるから、問題の程度としては大差ないと考えられる。なお、それぞれの問題は節末の問題で補完しあうようになっている。
- ・平均値の定理の利用での応用例題3では、解説が詳しくなり、数の大小が理解しやすくなった。
- ・「発展」として、平均値の定理の証明が追加されている。
- ・関数の増加と減少では、問・解説の順番が多少前後しているが特に支障はないと思われる。
- ・関数の極大と極小では、 $y = |x|$ が、 $x = 0$ で極小

となる場合の解説が詳しくなった。

- ・極値を求める例題5の説明で、グラフの概形が表示されるようになり、視覚的に理解しやすくなっている。
- ・極値を取るように定数aの値を定める応用例題4では、【注意】として解の吟味の必要性が書かれるようになった。記述式の試験の場合には、書き漏らした場合減点対象となる内容であるため、しっかりと確認しておきたい。
- ・関数のグラフの概形では、例題8の漸近線の説明において、極限値が正の無限大だけでなく負の無限大についても確認されるようになった。
- ・方程式の実数解の個数では、練習問題の内容が一部変更されているが指導には問題ないと思われる。

イ 速度と近似式

- ・平面上の点の運動において、サイクロイドについての内容が簡素になっている。これも数学Cの内容であったものが、数学IIIに含まれたことによる変更であろう。
- ・近似式のまとめにおいて、文言が「近似式」から「1次の近似式」へと変更されている。後述するが2次の近似式を扱うようになったことからの変更だと思われる。
- ・近似値の例が \sin から \cos に変更されている。
- ・旧課程では例題であった内容が、節末の問題へと移動し、そのかわりに「発展」として「1次と2次の近似式」が追加された。

7. 積分法

(1) 内容の対比

新 数学III	旧 数学III
第1節 不定積分	第1節 不定積分
1. 不定積分とその基本性質	1. 不定積分とその基本性質
2. 置換積分法	2. 置換積分法
3. 部分積分法	3. 部分積分法
4. いろいろな関数の不定積分	4. いろいろな関数の不定積分
第2節 定積分	第2節 定積分
5. 定積分とその基本性質	5. 定積分とその基本性質
6. 定積分の置換積分法	6. 定積分の置換積分法
7. 定積分の部分積分法	7. 定積分の部分積分法
研究 $\int_0^{2a} \sin^n x dx$ の値	研究 $\int_0^{2a} \sin^n x dx$ の値
研究 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} dx$ の値	
8. 定積分の種朱の問題	8. 定積分の種朱の問題

(2) 特徴・考察・留意点

- ・練習を問と練習の2段階に分けて生徒が分割して取り組めるような配慮がされている。

- 置換積分では $x = g(t)$ とき $\frac{dx}{dt} = g'(t)$ であるが、

形式的に $dx = g'(t)dt$ として表すことにより式の

変換を減らしている。

- 部分積分法について、2回適用して不定積分を求める問題を扱っている。
- 分数関数の不定積分では、部分分数分解を説明し、明快な解説となるよう配慮されている。
- 数学Ⅱで学習した偶関数、奇関数のグラフを用い、どの部分の定積分なのかを視覚的に理解できるようにしている。

8. 積分法の応用

(1) 内容の対比

新	旧
数学Ⅲ	数学Ⅲ
	(第5章 積分法とその応用)
	第3節 積分法の応用
1. 面積	9. 面積
2. 体積	10. 体積
研究 一般の回転体の体積	研究 一般の回転体の体積
3. 曲線の長さ	発展 曲線の長さ
4. 速度と道のり	発展 速度と道のり
発展 微分方程式	発展 微分方程式

(2) 特徴・考察・留意点

- x軸の周りに回転させてできる立体の体積を例題で扱い、更に直線 $y = x$ の周りに回転させてできる立体の体積を研究で取り上げ深く学習できるような工夫がされている。
- 旧課程では発展で取り上げられていた曲線の長さや速度と道のりが新課程に対応したものになっている。
- 学習指導要領の範囲外ではあるが微分方程式が扱われておりより深い内容が学べるようになっている。

まとめ

今回の研究で3カ年計画で行った教科書の新旧比較が終わった。数学Ⅰ・Aでは選択分野が増えたことや、整数問題などの難易度が高い問題があったことから丁寧な記述が多く、教科書の分量が増加していた。数学Ⅱ・Bでもその傾向はあり、内容自体は旧課程と比べ変化は少なかったが、説明が詳しくなり、段階を追った問題の提示が行われていた。複素数平面が新たに加わった数学Ⅲでも同様の傾向が見受けられた。生徒が躓きやすい例題には今までは省略されていた計算の過程などが追加され、途中経過が分かりやすくなっていた。旧課程の教科書で

は無理不等式だけが問われていた箇所に無理方程式をその前に解かせるなど練習問題の急な難易度の上昇を抑える工夫がなされていた。

今回の研究で数学が苦手な生徒が少しでも理解しやすいように様々な工夫がなされていることが分かった。教科書の変化は一見大きくなく、場合によっては見過ごされがちである。しかしよく見ればしっかりと現状を踏まえ、進化している。我々教員も今までと同じ授業を続けるわけにはいかない。教科書の変化を汲み取り、時代の変化に対応していく必要があるだろう。

《参考文献》

- 『高等学校学習指導要領解説(数学編 平成21年7月)』
- 『高等学校学習指導要領解説(数学編 平成11年度)』
文部科学省(平成17年一部補訂)
- 大島利雄ほか13名『数学Ⅰ』
数研出版株式会社発行(平成23年検定済)
- 坪井俊ほか13名『数学A』
数研出版株式会社発行(平成23年検定済)
- 川中宣明ほか16名『改訂版 数学Ⅰ』
数研出版株式会社発行(平成18年検定済)
- 坪井俊ほか16名『改訂版 数学A』
数研出版株式会社発行(平成18年検定済)
- 川中宣明ほか13名『数学Ⅱ』
数研出版株式会社発行(平成23年検定済)
- 坪井俊ほか13名『数学B』
数研出版株式会社発行(平成24年検定済)
- 川中宣明ほか16名『改訂版 数学Ⅱ』
数研出版株式会社発行(平成19年検定済)
- 大島利雄ほか16名『改訂版 数学B』
数研出版株式会社発行(平成19年検定済)
- 大島利雄ほか14名『数学Ⅲ』
数研出版株式会社発行(平成24年検定済)
- 川中宣明ほか16名『改訂版 数学Ⅲ』
数研出版株式会社発行(平成20年検定済)
- 木田祐司ほか16名『改訂版 数学C』
数研出版株式会社発行(平成19年検定済)